OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	函數方程式　f (f(z))＝z ニ就イテ
Author(s)	石橋, 榮
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 64, p. 6-7
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74171
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

249. 函數方程式 $f(f(z))=z$ ニ就イテ

石橋　榮（関西學院）

本紙57，58，59ノ諸号ニ亘ッテ南雲教授ガ考察サレタ函数方程式 $f(f(z))=F(z)$ ノ $F(z)\equiv z$ ナル場合デアリマス。コノ場合ハ *trivial* ナタメニ同教授ハ除外サレタノダラウト推量シマスガ、以下ニ概略ヲ述ベテミタイト思ヒマス。

一般ニ $\underbrace{f(f(\cdots\cdots(f}_{n\text{回}}(z))\cdots\cdots))$ ヲ簡單ノタメ $f^n(z)$ デ表ハスコトニシマス。

$$f^n(z)=z \tag{1}$$

ノ解トシテ直グ眼ニツクノハ

$$f(z)=\rho z \qquad (\rho^n=1) \tag{2}$$

デアリマス、又 $\varphi(z)$ ヲ任意ノ一價單葉函数トシテ、之レデ(2)ヲ *transform* シタ

$$f(z)=\varphi^{-1}(\rho\cdot\varphi(z)) \tag{3}$$

モマハリ(1)ノ解デス、然ラバソノ逆ハドウカトイフ問題ニナッテ當然シタノデスガ、逆ガ成立シマス。即チ(1)ノ解ハ必ズ(3)ノ形ノモノデアリマス。ソレニハ $f(z)$ ガ(1)ノ解

ダトシテ，

$$\varphi(z)=z+\rho f^{-1}(z)+\rho^2 f^{-2}(z)+\cdots\cdots+\rho^{n-1}f^{-(n-1)}(z)$$

トスレバヨロシイ。實際

$$\varphi\{f(z)\}=f(z)+\rho z+\rho^2 f^{-1}(z)+\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots+\rho^{n-1}\cdot f^{-(n-2)}(z)$$

ノ所ヘ $f^n(z)=z$ 即チ $f(z)=f^{-(n-1)}(z)$ 及ビ $\rho^n=1$ ヲ持込ミマスト

$$\varphi\{f(z)\}=\rho\cdot\varphi(z)$$

即チ（3）ノ関係式が得ラレマス。

モシ変数ヲ實數ニ制限シ、而モ解 $f(x)$ が連続ナルヤウニシヤウトスルト $n\geqq 3$ ノ場合ヘ解が存在シナイヤウデス。