



Title	両鎖律ニツイテ
Author(s)	森, 新治郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 65, p. 31-34
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74181
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

259. 両鎖律ニツイテ

森 新 治 郎 (廣島文理大)

紙上談話會第三十八号ニ於テ秋月氏が *regulär* ナ環
デハ倍鎖律カラ約鎖律が出テ來ルコトヲ示サレ更ニ最近日本
数学物理学會記事ニソノ詳細ナ証明ヲ発表サレマシタ。興味
深ク拝見シマシタノデ少シ氣付キマシタコトヲ簡單ニ述べサ
セテ貰ヒマス。アノ定理ヲ多少拡張シマスレバ次ノ定理ト
ナル様ニ思ハレマス。

定理. R ヲ倍鎖律 (*beschränkt*) ノ成立スル
可換環トスレバ $\mathcal{O} = (0) : (\gamma)$ ヲ最小ナラシムルマウナ元素 γ
ガ R ノ内ニ存在スル。 R ニ於テ約鎖律が成立スルタメニ

必要充分ナル條件ハ $(\alpha, \mathcal{R}^2) / \mathcal{R}^2$ が有限ノ Basis ヲ有スルコトデアアル。(Y が *regulär* デアルナラバ $(\alpha, \mathcal{R}^2) = \mathcal{R}^2$ トナツテ秋月氏ノ定理ヲ得ル)。

先ヅ $\alpha = (0) : (r)$ ヲ最小ナラシムル元素 Y, 存在ヲ示ス。

a). (0) が *Primideal* ナルトキ。任意ノ零デナイト元素ヲ Y トスレバ $\alpha = (0) : (r) = (0)$ トナル。

b). (0) が *Prim.* デナイトキ。コノ場合ノ $\mathcal{R}$ ノ構造ハヨク知ラレテ居テ $\mathcal{R} = \mathcal{R}^2$ ト $\mathcal{R} \neq \mathcal{R}^2$ ノ二ツノ場合が考ヘラレル。第一ノ場合ハ單位元素が存在シ, 第二ノ場合ハ *Total nullteiler* が存在シ其ノ集合ハ一ツノ *Ideal* トナル。故ニ倍鎖律 (*beschränkt*) = ヨツテ $\alpha = (0) : (r)$ ヲ最小ナラシムル元素 Y ハ存在スルデアロウ。

必要ノ証明. (0) が *Prim.* デアレバ明カニ $(\alpha, \mathcal{R}^2) = \mathcal{R}^2$ 従ツテ $(\alpha, \mathcal{R}^2) / \mathcal{R}^2$ ハ有限ナル Basis ヲ持ツト考フベク, (0) が *Prim.* デナイトキハ

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2$$

トナル。コゝニ $\mathcal{R}_2$ ハ (0) カ又ハ單位元素ヲ有スル環デアリ $\mathcal{R}_1$ ハ *nilpotent* ナ環デアル。 $\mathcal{R}$ = 約鎖律が成立スルカラ $\mathcal{R} | \mathcal{R}^2 = \mathcal{R}_1 | \mathcal{R}_1^2$ = 又約鎖律が成立スル。ヨツテ $(\alpha, \mathcal{R}^2) / \mathcal{R}^2$ ハ有限ノ Basis ヲ持タネバナラヌ。

充分ノ証明. (0) が *Prim.* ノトキハ $(\alpha, \mathcal{R}^2) = \mathcal{R}^2$ 。ソシテ $\mathcal{R} = \mathcal{R}^2$ デアレバ $\mathcal{R}$ = 於テ約鎖律ノ成立ハ明カデ

アル。又 $\mathcal{R} \neq \mathcal{R}^2$ + レバ $\gamma \in \mathcal{R}^2$ 外ノ元素トスル。

倍鎖律ノ假定ヲ $m\gamma = \gamma\gamma'$ (m : 自然数, γ' : $\mathcal{R}$ ノ元素)

トナル。從ツテ $\mathcal{R}^2$ 外ノ任意ノ元素 $x =$ 對シテ $mx = x\gamma' \equiv 0(\mathcal{R}^2)$ が成立スル。

(0) が *prim.* デナイトキ。 $\mathcal{R} = \mathcal{R}^2$ + レバ $\mathcal{R}$ ハ單位元素ヲ有シ、約鎖律ノ成立ハ明カデアリ。 $\mathcal{R} \neq \mathcal{R}^2$ + ルトキハ

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \quad (\mathcal{R}_1^2 = \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_1 \neq (0), \mathcal{R}_1^{\mathcal{R}} = (0))$$

トナル。 $\mathcal{R}_1^2 = (0)$ + レバ $\alpha \in \mathcal{R}_1$ 從ツテ $(\alpha, \mathcal{R}^2) \mid \mathcal{R}^2 = \mathcal{R}_2$ 依ツテ $\mathcal{R} =$ ハ約鎖律が成立スル。

$\mathcal{R}_1^2 \neq (0)$ デアルナラバ $\alpha \in (0): \gamma$ ヲ最小ナラシムル γ ハ $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ ($\gamma_1 \neq 0$) (γ_1, γ_2 ハ夫々 $\mathcal{R}, \mathcal{R}_2$ ノ元素) トナル。ソシテ $\mathcal{R} \supseteq (\alpha, \mathcal{R}^2) \supset \mathcal{R}^2 \neq (0)$ デアルカラ

$$m\gamma = \gamma\gamma' \quad (m: \text{自然数}, \gamma': \mathcal{R} \text{ノ元素})$$

ヲ得ル。今 $(\alpha, \mathcal{R}^2)$ 外ノ任意ノ元素 x トスレバ

$$\gamma(mx - \gamma'x) = 0, \quad mx - \gamma'x \equiv 0(\alpha),$$

$$mx \equiv 0((\alpha, \mathcal{R}^2)).$$

從ツテ $\mathcal{R} =$ 於テ又約鎖律が成立スル。即チ定理ハ証明サレタ。

約鎖律ヲ假定シタ環ノ構造カラ知ラレルコトデハアルガ次ノ様ナ定理モ成立スル。

定理. $\mathcal{R}$ ヲ約鎖律が満足サレル $\mathcal{R}^2 \neq (0)$ + ル可換環トスル。 $\mathcal{R} =$ 倍鎖律 (*Beschränkt*) が成立スルタメ =

必要充分な条件ハ

I $\mathcal{P} = \text{Primideal} (\neq (0))$ がアルナラバ全部最大
Ideal デアリ,

II $\mathcal{P} | \mathcal{P}^2$ が有限個ノ元素ヲ有スルコトデアル。

梗概ヲ述べマシタダケデ不充分な点モアリ 改メル可キ所モア
リマセウが思ヒ浮ンダマヽヲ述べマシタ。