OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	髙橋氏ノ定理ニ就イテ
Author(s)	龍澤, 周雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 66, p. 19-21
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74191
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

269. 高橋氏ノ定理ニ就イテ

龍澤周雄（東大學生）

高橋氏ハ本誌第60号ニ於テ

$$f(x)=(p_0+iq_0)x^n+(p_1+iq_1)x^{n-1}+\cdots\cdots+(p_n+iq_n)=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$p_0\geqq p_1\geqq\cdots\cdots\geqq p_n\geqq 0$$
$$q_0\geqq q_1\geqq\cdots\cdots\geqq q_n\geqq 0 \quad \cdots\cdots(2)$$

ノ根ノ絶對値ハ $\sqrt{2}$ ヲ超ヘナイコトヲ示サレ，掛谷先生，角谷氏ニヨリ (1) ハ單位円ノ外ニモ根が存在シ得ルコトが分リマシタ。

此ノ時單位円ノ外ニアルスベテノ根ノ絶對値ノ積モ尚ホ $\sqrt{2}$ ヲ超エヌコトが言ハレ之ハ又高橋氏ノ定理ノ別証ニモナリマス。

(1) ニテ $a_0=p_0+iq_0$, $a_1=p_1+iq_1$, $\cdots\cdots\cdots$, $a_n=p_n+iq_n$

トオキ根ヲ $z_1, z_2, \cdots\cdots, z_n$ トシマス。

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\log(1-2r\cos\theta+r^2)\,d\theta=\begin{cases}2\log r & r\geqq 1\\ 0 & 0\leqq r\leqq 1\end{cases}$$

ヲ利用スレバ

$$Max(1,|z_i|)=e^{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\log\sqrt{1-2|z_i|\cos\theta+|z_i|^2}\,d\theta}$$

$$=e^{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\log|e^{i\theta}-|z_i||\,d\theta}$$

$$\Pi'|z_i| \leqq e^{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \log\left|\frac{f(e^{i\theta}}{a_0}\right| d\theta}$$

Jensen ノ不等式ニヨリ

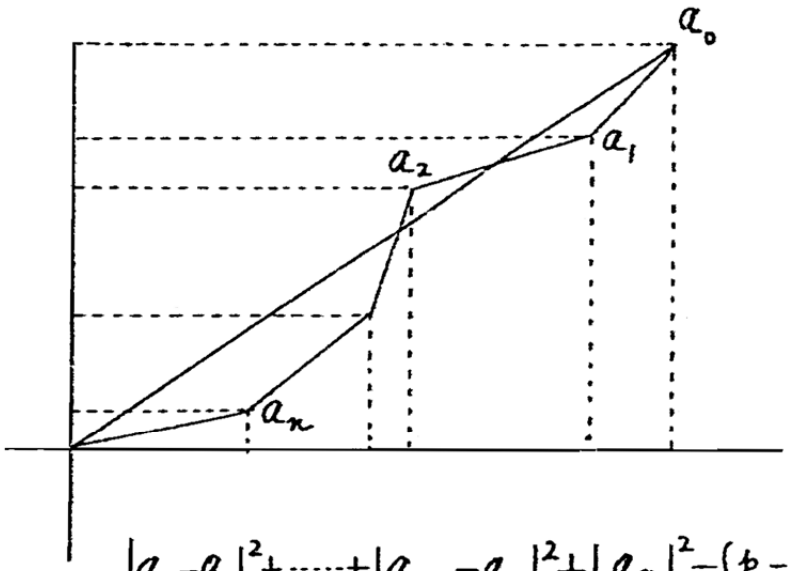
$$\leqq \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|\frac{f(e^{i\theta})}{a_0}\right| d\theta \leqq \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|\frac{f(e^{i\theta})}{a_0}\right|^2 d\theta}$$

故ニ $$\Pi'|z_i| \leqq \frac{\sqrt{|a_0|^2+|a_1|^2+\cdots\cdots+|a_n|^2}}{|a_0|} \quad !!$$

(Π' ハ $|z_i| \geqq 1$ ノミヲ採用スル)

若シ(1)ヲ $(x-1)$ ヲ乗ジタ方程式ニ関シテ上記考察ヲ行ヘバ

$$\Pi'|z_i| \leqq \frac{\sqrt{|a_0|^2+|a_0-a_1|^2+\cdots\cdots+|a_{n-1}-a_n|^2+|a_n|^2}}{|a_0|} \quad \cdots\cdots(3)$$



(2)ノ関係アル故 $a_0 a_1 \cdots\cdots a_n$ ヲ複素数平面上ニ図示スレバ左図ノ如クナリ。従ッテ

$$|a_0-a_1|^2+\cdots\cdots+|a_{n-1}-a_n|^2+|a_n|^2=(p_0-p_1)^2+\cdots\cdots+(p_{n-1}-p_n)^2+p_n^2$$
$$+(q_0-q_1)^2+\cdots\cdots+(q_{n-1}-q_n)^2+q_n^2$$
$$\leqq p_0^2+q_0^2=|a_0|^2$$

(3) ヨリ

$\Pi'|z_i| \leqq \sqrt{2}$ ガ出マス。

之レヲ使ヘバ(1)ノ根ノ下界トシテ

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{p_n+iq_n}{p_0+iq_0}\right| > \frac{p_n+q_n}{2(p_0+q_0)}$$

ヲ取レルコトガ分リマス。