



Title	多項式ノ既約性ニ就テ
Author(s)	龍澤, 周雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 67, p. 14-17
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74196">https://doi.org/10.18910/74196</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 274. 多項式ノ既約性ニ就テ

龍澤 同 雄 (東大學生)

多項式

$$f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n \dots \dots \dots (1)$$

ノ係數ハスベテ整數テ

$$|a_1| > 1 + |a_2| + \dots + |a_n| \dots \dots \dots (2)$$

ナラバ  $f(x)$  ハ有理數體ニ於テ既約ニナルコトハ Perronガ  
証明シタ。

(2)ヲ使ハバ

$$\text{Min} \left( \left| \frac{a_1}{a_2} \right|, \dots, \left| \frac{a_{n-1}}{a_n} \right| \right) > 2 \dots\dots\dots (3)$$

ナラバ充ル  $f(x)$  ハ既約ニナルコトガ合リマス。若シ  $a_1, \dots, \dots, a_n$  ガスベテ正ノ整数デアレナラバ (2) ハ更ニ良クスルコトガ出来マス。

定理 
$$\text{Min} \left( \frac{a_1}{a_2}, \dots, \frac{a_{n-1}}{a_n} \right) > 4^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (4)$$

ナラバ (1) ハ既約ニナル。

証明 
$$\varphi(x) = a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

トオケバ  $\varphi(x) = 0$  ノ根ハ掛谷先生ノ定理ニヨリスベテ單位円ノ内部ニアリマス。次ニ

$$\begin{aligned} \varphi(x) (4^{\frac{1}{n}} x - 1) &= a_1 4^{\frac{1}{n}} x^n - (a_1 - a_2 4^{\frac{1}{n}}) x^{n-1} \dots\dots \\ &\dots\dots - (a_{n-1} - a_n 4^{\frac{1}{n}}) x - a_n \end{aligned}$$

$|x| = 1$  上ニテ

$$\begin{aligned} (4^{\frac{1}{n}} + 1) |\varphi(x)| &\geq a_1 4^{\frac{1}{n}} - (a_1 - a_2 4^{\frac{1}{n}}) \dots\dots - (a_{n-1} - a_n 4^{\frac{1}{n}}) \\ &\dots\dots - a_n \\ &= (a_1 + \dots + a_n) (4^{\frac{1}{n}} - 1) \end{aligned}$$

(4) ヨリ

$$a_1 > a_n 4^{\frac{n-1}{n}}, \dots\dots a_{n-1} > a_n 4^{\frac{1}{n}}$$

従ツテ  $|x| = 1$  上ニテ

$$|\varphi(x)| > \frac{4^{\frac{1}{n}} - 1}{4^{\frac{1}{n}} + 1} (4^{\frac{n-1}{n}} + \dots + 4^{\frac{1}{n}} + 1) a_n$$

$$= \frac{3a_n}{4^{\frac{1}{n}} + 1} \geq a_n \geq 1 \quad (n \geq 2)$$

故 =  $|x|=1$  上 =  $\tau$

$$\left| \frac{x^n}{a_1 x^{n-1} + \dots + a_n} \right| < 1$$

依ッテ Ronché の定理 = ヨッテ  $f(x)=0$  の根ハ單位  
円ノ内部 =  $n-1$  個ノ根ヲ有スルコトヲナリマス。若シ  $f(x)$   
が可約ナラバ次ノ様 = 整係数ノ多項式ノ積トシテ表ハサレル。

$$f(x) = (x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_m)(x^l + c_1 x^{l-1} + \dots + c_l)$$

$$n = m + l$$

何レカ一方ノ多項式ノ根ハスベテ單位円ノ内部 = 入ルコト =  
ナルガ  $b_m, c_l$  が整数故之ハ不可能デアアル。故 =  $f(x)$  ハ  
有理数体 = 於テ既約デアアル。

$4^{\frac{1}{n}}$  ハソレ以下 = 出来ナイ。實際  $x^2 + 2x + 1$  ハ可約デア  
アルガ  $\frac{2}{1} = 4^{\frac{1}{2}}$  トナツテキル。シカシ此ノ場合ヲ除ケバ  
 $4^{\frac{1}{n}}$  ハ  $1$  = 出来ルノデアナイカト思ヒマスが如何ナモノデア  
ウカ。

訂正: 「高橋氏定理 = 就テ」 = 於テ

$$\prod |z_i| \leq e^{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log \left| \frac{f(e^{i\theta})}{a_0} \right| d\theta} \quad \wedge \leq \tau + \gamma =$$

デアス。

$$\text{ソレハ } \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log |e^{i\theta} - z_i| d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log |e^{i\theta} - z_i| d\theta$$

ヨリ明ラカ。錯覚ヲ起シテ トンダ mistake ヲシマシタ。

十本コノ方法ハ Pállya, Szegő, 問題集 V. 196 参考。