



Title	多項式ノ既約性ニ就テ（追加）
Author(s)	龍澤, 周雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 67, p. 17-18
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74197
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

275. 多項式ノ既約性=就テ(追加)

龍澤周雄(東大學生)

多項式

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n \dots \dots \dots (1)$$

= 於テ

$$|a_n| > |a_0| + \dots + |a_{n-1}| \dots \dots \dots (2)$$

ナル條件アルハ $f(x) = 0$ ノ根ハスベテ單位円ノ外部=アル
カテ a_n が素数ナラバ確カ = (1) ハ既約=ナル。若シ $a_0, \dots$
 $\dots a_{n-1}$ ノ最大公約數が 1 ナレバ次ノ様=ナル。

定理. $a_0, a_1, \dots a_{n-1}$ が共通因子ヲ有スルトキ

$$\sqrt{3} |a_n| > |a_0| + \dots + |a_{n-1}| \dots \dots \dots (3)$$

$$a_n = p^m \quad (p \text{ 素数}) \quad (a_{n+1}, a_n) = 1$$

ナラバ (1) ハ既約=ナル。

証明. (1) が可約トシテ

$$a_0 x^n + \dots + a_n = (b_0 x^m + \dots + b_m)(c_0 x^l + \dots + c_l)$$

トスレバ

$$a_0 = b_0 c_0 \dots \dots \dots (4)$$

$$a_1 = b_0 c_1 + b_1 c_0 \dots \dots \dots (5)$$

$a_0, \dots, a_{n-1}$ の共通因子ヲ g トスル。然ルトキ b_0, c_0 ノ何
 レモ 1 = ナルコトハナイ。例ヘバ $b_0 = 1$ トスレバ (4) ヨリ
 g/c_0 , (5) ヨリ g/c_1 ----- トナツテ スベテノ c ガ g デ
 ワレルコト = ナルガ、ソレハ $g \nmid a_n$ = 反スル。
 然ラバ

$$\left| \frac{b_m}{b_0} \right| \geq \left| \frac{b_m}{\frac{a_0}{2}} \right| \quad \left| \frac{c_\ell}{c_0} \right| \geq \left| \frac{c_\ell}{\frac{a_0}{2}} \right| \dots\dots\dots (6)$$

サテ $f(x) = 0$ ノ根ヲ如何様ニトツテ ソノ絶対値ノ積ヲツク
 ルモ

$$\frac{\sqrt{|a_0|^2 + \dots\dots\dots + |a_n|^2}}{|a_0|} \dots\dots\dots (7)$$

ヲ超エナイ (「高橋氏ノ定理ニ就テ」参考)

今 $a_n = p^m (a_{n-1}, a_n) = 1$ ナル關係アル故 b_m, c_ℓ
 ノ一方ガ p^m , 他方ガ 1 トナル。ソノ $p_m = a_n$ = ナル方ヲ
 トツテ (6), (7) ヲ考ヘ = イレバ

$$\frac{\sqrt{|a_0|^2 + \dots\dots\dots + |a_n|^2}}{|a_0|} \geq \frac{2|a_n|}{|a_0|}$$

故ニ

$$2|a_n| > \sqrt{|a_0|^2 + \dots\dots\dots + |a_n|^2} \dots\dots\dots (8)$$

ナラバ (1) ハ既約ニナル筈デアル。(3) カラ (8) ガ導ケルコ
 トハ明カデアル。