



Title	Picard-Vessiot ノ理論ニ就テ, 5
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 67, p. 19-22
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74198
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

276. Picard-Vessiot, 理論=就テ. 5

吉 田 耕 作 (阪大)

I. 前論 242 = 述べタコトハ結局

$$(1) \frac{d^2 y}{dx^2} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_n(x) y = 0 = P(y)$$

ノ Galois 群 $\|A\|$ ノ *reduzibilität* (im Sinne von Gruppendarstellung) ト (1) ノ 因数分解 ト ノ 向 ノ 関係 デアリ、之ヲ用ヒテ Vessiot ノ 結果ヲ再証明シタ 訳 (前論定理 4') デアツタ。

然ラバ $\|A\|$ ガ 群表現 ノ 意味 = 於テ *vollreduzibel* ナラドゥナルカ。コノ トキハ

$$\|A\| = \begin{vmatrix} B & 0 \\ 0 & C \end{vmatrix}$$

トナル。コノ $\|B\|$, $\|C\|$ ハ 夫々 m 次, $n-m$ 次行列デア
ル。

$$\begin{vmatrix} B & 0 \\ 0 & C \end{vmatrix} \approx \begin{vmatrix} C' & 0 \\ 0 & B' \end{vmatrix}, \quad \|B\| \approx \|B'\|, \quad \|C\| \approx \|C'\|$$

(äquivalent)

デアアル。ヨツテ 前論定理 3 ヲ用テレバ

$$P = S \times Q = Q' \times S'$$

ナルニ通リ, 因数分解可能デアアル。コノ Q , S' ノ *Fundamental solutions* ハ 夫々 $y_1, y_2, \dots, y_m; y_{m+1},$

$y_{m+2}, \dots, y_n$ ト考ヘテヨイ。

依ッテ $P=0$ ヲ解クコトハニツノ *homogeneous equation*
 $Q=0, S'=0$ ヲ夫々 independent = 解クコトノ同等デ
 アル。

前論定理3 = 於ケル case ($\|A\| = \begin{vmatrix} B & 0 \\ x & c \end{vmatrix}$ ノトキ) ハ
 先ヅ $Q=0$ ヲ解イテ $y_1, y_2, \dots, y_m$ ヲ求メ、次ニ $S=0$
 ヲ解イテ $Y_{m+1}, \dots, Y_n$ ヲ求メテカラ *inhomogeneous*
 ナ

$$Q(y_{m+1}) = Y_{m+1}, \quad Q(y_{m+2}) = Y_{m+2}, \dots, \dots, Q(y_n) = Y_n$$

ヲ解カナケレバナラナカッタノデアル。

II. Example. $P(y)=0$ ノ *adjungierte*

$$(2) \quad \frac{d^n z}{dx^n} - \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}(p_1 z) + \dots + (-1)^{n-1} \frac{d}{dx}(p_{n-1} z) \\ + (-1)^n p_n z = 0$$

ノ *Fundamental solutions* ハ $P(y)$ ノソレカラ

$$z_k = \frac{\partial \log \Delta}{\partial y_k^{(n-1)}}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} y_1 & y_1' & \dots & y_1^{(n-1)} \\ y_2 & y_2' & \dots & y_2^{(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_n & y_n' & \dots & y_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

ニヨッテ求メラレル。ヨッテ前論定理1ヲ用フレバ(2)ノ

Galois 群ハ $\|(A^{-1})'\|$ = ヨッテ與ヘラレルコトガワカル。

ココ = ダツシエ ハ *transponierte* ヲ示ス。何者、定理1

=ヨレバ此ノ Galois 群ハ $\|(A^{-1})'\|$ ノ M_n = 於ケル *fer-*
mature デナケレバナラヌが之レガ $\|(A^{-1})'\|$ = 一致スルコト
 ハ *adjungierte* トイフ性質ガ *symmetric* ナコトト $\|A\|$
 ガ M_n = 於ケル *fermeture* ト一致スルコトカラナル。

故 = $\|A\| = \begin{vmatrix} B & C \\ X & C \end{vmatrix}$ ナラ $\|(A^{-1})'\| = \begin{vmatrix} B' & X \\ 0 & C' \end{vmatrix}$ ノ形。 特 =

$P(y)$ ガ *selbst adjungierte* ナラ $\|A\|$ ハ *vollreduzibel*
 デ上ノ所論ガ *apply* デキル。

III. $P(y) = 0$ ガ *rational operation* デトケル爲
 ノ必要條件ハ Galois 群ガ *Einheitsgruppe* ナルコトデ
 アル。

証明. *rational integrable* ト云フコトハ
 $R(y) \subseteq R$ ヲ意味スル。一方定義 = ヨツテ $R(y) \supseteq R$ ガ
 ラ $R(y) = R$ 。ヨツテ $\|A\|$ ハ *Einheitsgruppe* デナケ
 レバナラヌ。逆 = $\|A\|$ ガ *Einheitsgruppe* ガツタラ
 $R(y) = R$ トナルカラ *rational integrable*。

Vessiot ハ *algebraic integrability* ヲ議論シ
 デアルケレドモ吾々ハ

1. 考ヘテアル領域デ $y_1, y_2, \dots, y_n$ ガ *mero-*
morphic (一價)
2. Galois 群ヲ連結群 = トツタ

コノニツノ理由カラ議論ガ上ノ如ク甚ダ簡單 = ナツタ譯デ
 ル。元來 *analytic function* ヲ取扱ツテアルノデカラ

適當 + bereich を考へて fundamental system が
一價 + 所で議論スル、が妥當デアリマセウ。