



Title	超越直徑ト測度トノ關係 I
Author(s)	角谷, 靜夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 67, p. 24-26
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74200
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

278. 超越直徑ト測度トノ關係 I

角 谷 静 夫 (阪大)

Gauss 平面上ノ有界閉集合 E が對数的測度 0 デアレバ
 E ハ又超越直徑が 0 ナルコトハ *Myrberg* が *Lindeberg*
ノ定理ヲ用ヒテ証明シタ。^{*}

コノ証明ハ調和函数及 *Green* ノ函数ノ性質ヲ利用シテ
キルノデ、次ニ之ヲ直接ニ点集合ノ問題トシテ証明シヨウ。

* P. J. Myrberg *Acta Math.* Bd. 61, 1933.

(又 R. Nevanlinna, 1934 年, Stockholm, kongress
ニ於ケル講演録照)

E は對數的測度 0 であらうから任意の $\varepsilon > 0$ = 對シテ可附番個, シタガツテ *Borel-Lebesgue* の定理 = ヨリ有限個の円 C_n ($n=1, 2, \dots, N$) = ヨツテ E を覆ツテソノ半径 ρ_n ($\rho_n < 1$) が

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{\log \frac{1}{\rho_n}} = \varepsilon' < \varepsilon \dots\dots\dots (1)$$

ヲ満足スルヤヲ = 出來ル。

$$\frac{1}{\varepsilon'} \cdot \frac{1}{\log \frac{1}{\rho_n}} = x_n, \quad n=1, 2, \dots, N$$

トオキ

$$|x_k - y_k| < \frac{1}{2N} \left(\min_{1 \leq n \leq N} x_n \right) \leq \frac{x_k}{2} \dots\dots\dots (2)$$

ヲ満足スル有理數 y_k ($k=1, 2, \dots, N-1$) ヲ求メル。

$$y_N = 1 - \sum_{k=1}^{N-1} y_k$$

トオケバ $x_1 + x_2 + \dots + x_N = 1$ であらう

$$|x_N - y_N| \leq \sum_{k=1}^{N-1} |x_k - y_k| < \frac{1}{2} \left(\min_{1 \leq n \leq N} x_n \right) \leq \frac{x_N}{2} \dots\dots\dots (3)$$

(2) (3) ヨリ

$$y_n > \frac{x_n}{2} \quad n=1, 2, \dots, N \dots\dots\dots (4)$$

y_n ($n=1, 2, \dots, N$) ハスベテ有理數であらうから適當ナ整数 Y (コレハ任意ニ大キク取ルコトが出來ル) ヲトレバ $Y y_n$ ($n=1, 2, \dots, N$) ハスベテ整数トナル。

$$P_Y(z) = (z - z_1)^{Y_{y_1}} (z - z_2)^{Y_{y_2}} \cdots (z - z_N)^{Y_{y_N}}$$

トオケバ $P_Y(z)$ ハ z ノ Y 次ノ多項式デアル。ココニ $z_1, z_2, \dots, z_N$ ハ夫々円 $C_1, C_2, \dots, C_N$ ノ中心デアル。

$z_0 \in E$ ナルトキ $P_Y(z_0)$ ノ絶対値ヲ計算スル。

$$E \subset \sum_{n=1}^N C_n \text{ デアルカラ } \text{コンパクト・メーツノ } n \text{ (コレヲ } n_0 \text{)}$$

トスル) = 對シテ $z_0 \in C_{n_0}$. ヨツテ R ($R \geq 1$) ヲ E 全体ヲ含ム円ノ半径トスルバ

$$|P_Y(z_0)| < (2R)^Y \rho_{n_0}^{Y_{y_{n_0}}}$$

$$< (2R)^Y \rho_{n_0}^{Y \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon'} \cdot \frac{1}{\log \frac{1}{\rho_{n_0}}}} \quad \left(\rho_{n_0} < 1 + \text{トト} \right) \quad (4) \text{ ト=ヨル}$$

$$= (2R)^Y e^{-Y \cdot \frac{1}{2\varepsilon'}}$$

右辺ハ n_0 = 無關係デアルカラ z_0 = モ無關係。ヨツテ

$$\max_{z \in E} |P_Y(z)| < (2R)^Y e^{-Y \frac{1}{2\varepsilon'}}$$

$$\left\{ \max_{z \in E} |P_Y(z)| \right\}^{\frac{1}{Y}} < 2R \cdot e^{-\frac{1}{2\varepsilon'}} < 2R \cdot e^{-\frac{1}{2\varepsilon}}$$

$\varepsilon > 0$ ハ任意デアリ、 Y ハイクヲデモ大キクトレタカラ之ハ E ノ超越直径ガ 0 デアルコトヲ示シテキル。