



Title	代數方程式ノ根ノ絶對値ニ関スル高橋進一氏ノ問題ニ就テ
Author(s)	野村, 武衛
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 69, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74209
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

287. 代數方程式ノ根ノ絶對値ニ關スル 高橋進一氏ノ問題ニ就テ

野村武衛(東京高師)

紙上談話會第60号高橋氏論文 214, 5頁ノ方程式(6)
ノ根ノ絶對値ノ上限ヲ P トスルト角谷氏(第65号論文254)
ニヨツテ

$$1.1135 < P < 1.1509$$

ナルコトが知レマシタ。

高師理科第一部四年生森田紀一君ハ P ハ $x^{12}+x^2=1$ ノ
正根 ρ ノ逆數ヲ超エナコトヲ証明シマシタ。 $\rho=0.8820$
ガスカラ $\frac{1}{\rho}=1.1338$ トナリ角谷氏ノ研究ト合セテ

$$1.1135 < P < 1.1338$$

トナリマス。

次ニ森田君ノ証明ヲ紹介サセテイタダキマス。森田君ノ
方程式ハ係數ノ順序ガ反對ニナツテキルカラ根ノ絶對値ガ ρ
ヨリ大ナルコトヲ証明スルコトニナリマス。

$$\varphi(x) = (a_0 + ib_0) + (a_1 + ib_1)x + \dots + (a_n + ib_n)x^n = 0$$

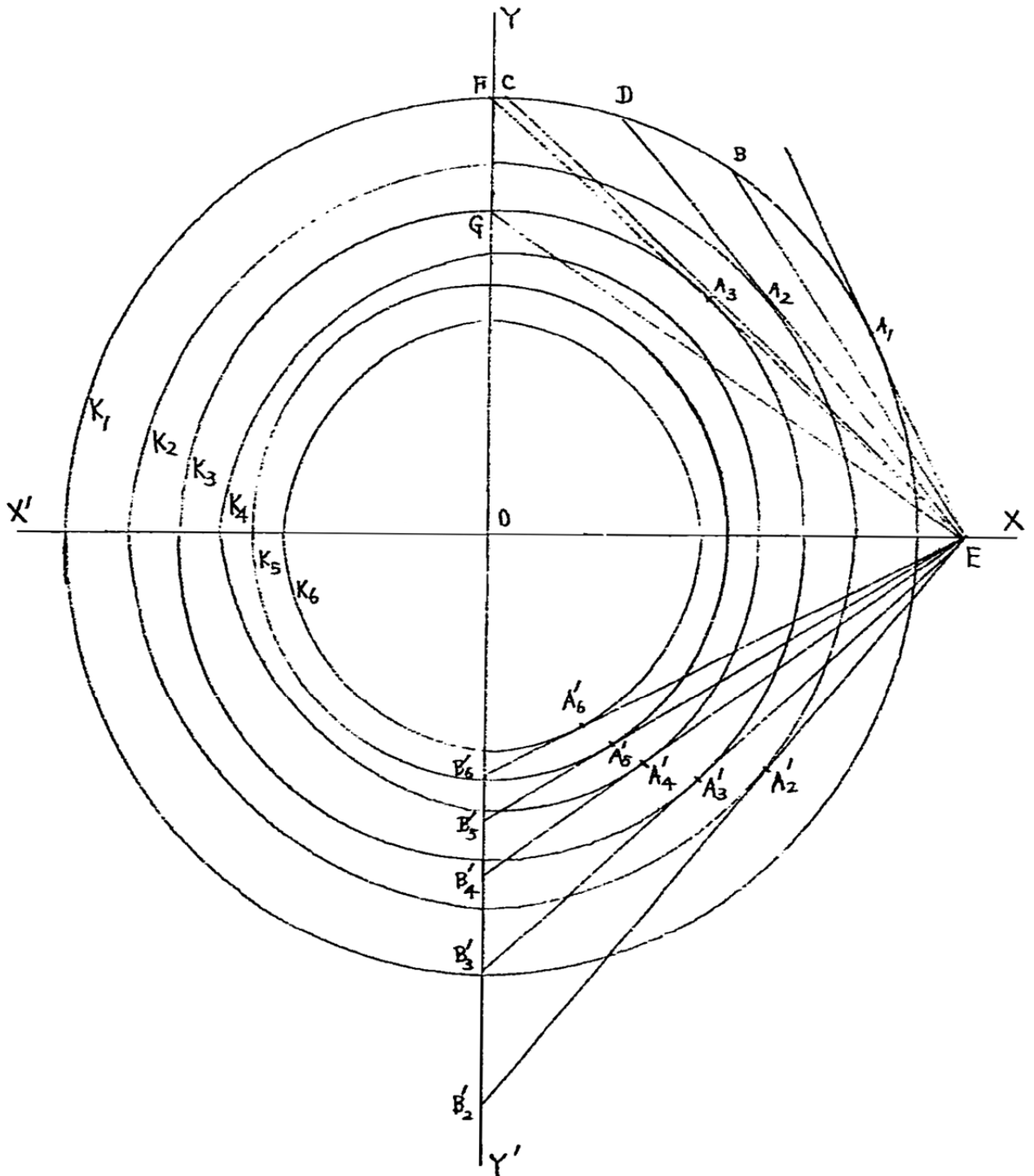
$$a_0 \geq a_1 \geq \dots \geq a_n \geq 0, \quad b_0 \geq b_1 \geq \dots \geq b_n \geq 0$$

ノ根ノ絶對値ハ $\rho^{12} + \rho^2 = 1$ ノ正根 ρ ヨリ大ナルコトヲ証明
スル。

$$(x-1)\varphi(x) = \sum_{k=1}^{n+1} \left\{ (a_{k-1} - a_k) + i(b_{k-1} - b_k) \right\} x^{k-1} \quad \text{但} a_{n+1} = b_{n+1} = 0$$

假定ニヨレバ $a_{k-1} - a_k \geq 0$, $b_{k-1} - b_k \geq 0$ ナル故 $|x| \leq \rho$
 ナルトキハ $k=1, 2, \dots, n+1$ = 對シテ常 $= \text{amp}(x^k - 1)$ が
 或ル定マツタ直角内ニアル換言スレバ總テノ x^k が E (= 相
 等スル点) フ頂点トスル定マツタ直角内ニアルコトヲ示セバ
 ヨイ。

ソレヲ示ス爲ニ原点ヲ中心トシ半径 $\rho, \rho^2, \rho^3, \dots$ ナル円



ヲ描キ夫々ノ円ヲ $K_1, K_2, K_3, \dots$ トスル。Eカヲ X 軸ノ上側デ
 之等ノ円ニ引イタ切線ノ切点ヲ夫々 $A_1, A_2, A_3, \dots$ トシ, X 軸
 ノ下側デ引イタ切線ノ切点ヲ夫々 $A'_1, A'_2, A'_3, \dots$ トスル。
 又ソレ等下側ノ切線ガ OY' 軸ヲ切ル点ヲ夫々 $B'_1, B'_2, B'_3, \dots$
 トスル。

コノトキ $OB'_6 = \rho^5, OB'_5 > \rho^4, OB'_4 > \rho^3, OB'_3 > \rho^2, \dots$
 $\dots$ ナルコトハ $\rho^2 + \rho'^2 = 1$ ナルコトカラ容易ニ証明セラレ
 ル。

$x = re^{i\theta}, 0 \leq r \leq \rho$ トシテ考ヘルベキデアルガ、次ノ
 証明デハ $r = \rho$ ノ場合ノミヲ考ヘル。ソレハ $r = \rho$ ノトキ次
 ノ証明ガ出来ルバ $0 \leq r < \rho$ ノトキハ勿論出来ルカラデア
 ル。

I) $0 \leq \theta < \frac{3}{10}\pi$ ナル場合

$$\sin A_1EO = \rho, \quad \sin OEA'_6 = \rho^6$$

$$\therefore \sin^2 A_1EO + \sin^2 OEA'_6 = \rho^2 + \rho'^2 = 1$$

$$\therefore \angle A_1EB'_6 = \frac{\pi}{2}$$

一方コノ場合ニハ $5\theta = \frac{3}{2}\pi$ ナル故 x^k ハ悉ク $\angle A_1EB'_6$ ナ
 ル直角内ニアル。

II) $\frac{3}{10} \leq \theta < \frac{3}{8}\pi$ ナル場合

$\sin^{-1} \frac{4}{5} < \frac{3}{10}\pi$ ナル故 K_1 円周上ニ $\angle BOE = \sin^{-1} \frac{4}{5}$ ナル点
 B (X 軸ノ上側) ヲトル。

$$\sin^2 BEO = \frac{16\rho^2}{25+25\rho^2-30\rho} \quad \sin OEB'_5 = \rho^5$$

$\rho = 0.8820$ を代入して計算すると

$$\sin^2 BEO + \sin^2 OEB'_5 < 1 \quad \text{故} = \angle BEB'_5 < \frac{\pi}{2}$$

一方この場合 = ハ $4\theta \leq \frac{3}{2}\pi$ ナル故 x^k ハ悉ク $\angle BEB'_5$ ノ内 = アル。

Ⅲ) $\frac{3}{8}\pi \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ ナル場合

EA_2 ト K , 円トノ交点ヲ D トスル $\angle DOE < 67^\circ 10' < \frac{3}{8}\pi$ ナルコトが知レル。

$$\sin^2 DEO + \sin^2 OEB'_4 = \rho^4 + \rho^8 < 1 \quad \text{ナル故} \angle DEB'_4 < \frac{\pi}{2}$$

この場合 = ハ x^k ハ悉ク $\angle DEB'_4$ 内 = アル。

Ⅳ) $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{3}{4}\pi$

EA_3 ト K , 円トノ交点ヲ C , OY ト K , 円トノ交点ヲ F トスル,

$$\sin FEO = \frac{\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} < \rho^3 = \sin CEO,$$

$$\sin^2 CEO + \sin^2 OEB'_3 = \rho^6 + \rho^6 < 1$$

故 = $\angle CEB'_3 < \frac{\pi}{2}$ = シテ x^k ハ悉クこの角内 = アル。

Ⅴ) $\frac{3}{4}\pi \leq \theta < \frac{5}{6}\pi$ ナル場合

この場合 E カラ見て最大ノ開キヲ見セルノハ $\angle x^2/x^3$ デアル。

$x = \rho e^{i\theta}$ トオキ $\rho = 0.8820$, $\cos \theta < 0$ ナルコトヲ考へ
テ $\tan x^2/x^3 > 0$ ナルコトが計算セテレルカラ

$$\angle x^2/x^3 < \frac{\pi}{2}$$

Ⅵ) $\frac{5}{6}\pi \leq \theta \leq \pi$ ナル場合

K_3 円ト OY トノ交点ヲ G トスルバ $\angle GEB'_2 < \frac{\pi}{2}$

この場合 x^k ハ悉ク $\angle GEB'_2$ 内 = アル。

VII) $\pi < \theta < 2\pi$ ナル場合

今マデノ証明ノ工軸ノ上側ト下側トヲ交換シテ考ヘレバヨイ。

會費拂込ハ下記（振替貯金）へ
御願ヒ致シマス

大阪市北区

大阪帝國大學
理學部數學教室

清水辰次郎

口座番號 大阪一七七四三番