OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Determinanate 1 ノ Matrix ハ Kommutator
Author(s)	正田, 建次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 69, p. 5-7
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74210
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

288. Determinante 1 ノ Matrix ハ Kommutator

正田建次郎（阪大）

Komplexe Zahlen ヲ Element トスル Matrix ヲ取扱ヒマス。

Determinante ハ 0 デナイトスレバ $ABA^{-1}B^{-1}$ ノ Determinante ハ勿論 1 デスガ又逆モ成立シマス、即チ C ヲ Determinante 1 ノ Matrix トスレバ $C=QPQ^{-1}P^{-1}$ ナル Matrix Q, P ガ存在シマス。

証明. コノ性質ハ相似変換（ähnliche Transformation）デ不変デスカラ C ガ Jordan ノ Normalform デ表ハサレテ居ルモノトシマス。C ノ對角線ニ現ハレル数ヲ $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n$ トシマス、コレ等ハ C ノ Eigenwert デス。次ニコノ n 個ノ数ヲ積ガ 1 ニナルヤウニ出來ルダケ細カク分ケマス、簡單ノタメニ $a_1, \cdots\cdots, a_i$ ヲソノ 1 ツノ組トシ n 個ノ数 $\rho_1, \rho_2, \cdots\cdots \rho_n$ ヲ次ノヤウニ決定シマス。

$$a_1\rho_1=a_2,\quad a_2\rho_2=a_3,\ \cdots\cdots\ a_{i-1}\rho_{i-1}=\rho_i$$

$$a_{i+1}\rho_{i+1}=\rho_{i+2},\ \cdots\cdots$$

スルト $a_1 a_2 \cdots\cdots a_i = 1$ カラ $a_i \rho_i = \rho_i$ ナリ

$a_k \cdots\cdots a_{k+j} \neq 0$ カラ ρ_j ガスベテ異ナルコトガ分リマス。ソコデ $\rho_1, \rho_{i+1}, \cdots\cdots$ ハ任意ニトレルノデスシ $\rho_1, \cdots\cdots, \rho_i$ ハ全部異ナルノデスカラ $\rho_1, \rho_{i+1}, \cdots\cdots$ ヲウマクトレバ $\rho_1, \rho_2, \cdots\cdots, \rho_n$ ガスベテ異ナルヤウニスルコトガ出來マス。又 $a_1\rho_1, a_2\rho_2, \cdots\cdots, a_n\rho_n$ ハ全体トシテハ $\rho_1, \rho_2, \cdots\cdots, \rho_n$ ト一致スル。$\rho_1, \rho_2, \cdots\cdots, \rho_n$ ヲ Element トスル Diagonalmatrix ヲPトスレバ CP ノ Eigenwert ハ $a_i\rho_i$ 即チPノ Eigenwert ρ_j ト一致シ $\rho_1, \rho_2, \cdots\cdots, \rho_n$ ガスベテ異ナル故CPトPトハ相似デアル、從ッテ

$$CP = QPQ^{-1}, \quad C = QPQ^{-1}P^{-1}$$

ナル Matrix Q ガ存在スル、コレデ証明ガ出來タワケデス、コンナコトハ恐ラク既ニ知ラレテ居ルコトカト思ッタノデスガ、私ハ今マデ知ラナカッタノデ証明シテ見タ次第デス。

コノ事柄ヲ使フト以前學士院記事ニ發表サレタ中野君ノ論文ノ代數的意味ガハッキリシマス。

吾々ノ Matrisc 全部ハ勿論群ヲ作リマス、ソレヲ Of トシマス、Of ノ lineare Darstellung ハ常ニ Of/L ノ Darstellung デス、コゝニ L ハ Of ノ Kommutator-gruppe.

上ノ事柄カラ L ハ determinante ガ1ノ Matrix

全部ノ群ト一致シマス．故ニ $\mathfrak{o}_f/L$ ハ0ヲ除イタ Komplexe Zahlen ノナス群ト isomorph デソノ Isomorphismus ハ数ノトソレヲ Determinante トスル Matrix ノ Klasse トヲ對應サセレバ得ラレマス。

從ッテ $\mathfrak{o}_f$ ノ lineare Darstellungen ノ問題ハ0デナイ複素数ノナス群ノ Darstellungen ノ問題，言ヒカヘレバ

$$f(x)\,f(y) = f(xy)$$

ナル関係式ヲ満足スル函数 $f(x)$ ヲ決定スル問題ニナリ行列ノ問題ヲ離レルワケデス。

Determinante ガ1ナル Matrix ガ Kommutatorgruppe ヲ作ルコトハ知ラレテ居リマス。ソレハ任意ノ Körper ノ元ヲ分子トスル Matrix ニツイテモ成立シマス。$n=2$ デ Körper ガ2ツノ Element カラナルトキハ例外デス。（van der Waerden, Gruppen von linearen Transformationen 6頁）