



Title	Determinante 1 ノ Matrix ハ Kommutator
Author(s)	正田, 建次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 69, p. 5-7
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74210
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

288. Determinante 1 の Matrix の Kommutator

正田建次郎 (阪大)

Komplexe Zahlen の Element とスル Matrix
ヲ取扱ヒマス。

Determinante の 0 デナイ トスレバ $ABA^{-1}B^{-1}$ の Determinante の 勿論 1 デスガ又逆ニ成立シマス、即チ C ヲ
Determinante 1 の Matrix とスレバ $C = QPQ^{-1}P^{-1}$
ナル Matrix Q, P が存在シマス。

証明。コノ性質ハ相似変換 (ähnliche Transformation) デ不変デスカラ C が Jordan, Normalform
デ表ハサレテ居ルモノトシマス。C の對角線 = 現ハレル数ヲ
 a_1, a_2, \dots, a_n トシマス。コレ等ハ C の Eigenwert
デス。次ニコノ n 個ノ数ヲ積ガ 1 = ナルマデ = 出來ルダケ細
カク分ケマス、簡單ノクメ = a_1, \dots, a_i 7 ソノ 1 ツノ組
トシ n 個ノ数 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ 7 次ノマデ = 決定シマス。

$$a_1 \rho_1 = a_2, \quad a_2 \rho_2 = a_3, \quad \dots, \quad a_{i-1} \rho_{i-1} = \rho_i$$

$$a_{i+1} \rho_{i+1} = \rho_{i+2}, \quad \dots$$

スルト $a_1, a_2, \dots, a_i = 1$ カラ $a_i p_i = p_i = 1$ ナリ
 $a_k \dots a_{k+j} \neq 0$ カラ p_j ガスベテ異ナルコトガ分リマ
 ス。ソコデ p_1, p_{i+1}, \dots ハ任意ニトレルノデスシ
 p_1, \dots, p_i ハ全部異ナルノデスカラ p_1, p_{i+1}, \dots フ
 ヲマクトレバ p_1, p_2, \dots, p_n ガスベテ異ナルヤウニスル
 コトガ出来マス。又 $a_1 p_1, a_2 p_2, \dots, a_n p_n$ ハ全体
 トシテハ p_1, p_2, \dots, p_n ト一致スル。 p_1, p_2, \dots, p_n
 フ Element トスル Diagonalmatrix フ P トスレバ
 CP, Eigenwert ハ $a_i p_i$ 即チ P, Eigenwert p_j
 ト一致シ p_1, p_2, \dots, p_n ガスベテ異ナル故 CP ト P トハ
 相似デアル。従ツテ

$$CP = QPQ^{-1}, \quad C = QPQ^{-1}P^{-1}$$

ナル Matrix Q ガ存在スル、コレデ証明ガ出来ヌツケデ
 ス、コソナコトハ恐ラク既ニ知ラレテ居ルコトカト思ツタノ
 デスガ、私ハ今ニデ知ラナカッタノデ証明シテ見タ次第デ
 ス。

コノ事柄ヲ使フト以前學士院記事ニ添表ナレタ中野君ノ
 論文ノ代數的意味ガハッキリシマス。

吾々、Matrix 全部ハ勿論群ヲ作リマス、ソレヲ O_f
 トシマス、 O_f , linear Darstellung ハ常ニ O_f/L
 ノ Darstellung デス。ココニ L ハ O_f ノ Kommutator-
 gruppe.

上ノ事柄カラ L ノ determinant ガ 1, Matrix

全部ノ群ト一致シマス。故ニ O_f/L ハ O ヲ除イテ Komplexe Zahlen ノ n 群ト isomorph デソノ Isomorphismus ハ 数 λ トソレヲ Determinante トスル Matrix ノ Klasse トヲ 對應カセレバ 得ラレマス。

従ツテ O_f ノ lineare Darstellungen ノ 問題ハ O ナイ 複素数 ノ n 群ノ Darstellungen ノ 問題, 言ヒカヘレバ

$$f(x) f(y) = f(xy)$$

ナル 関係式ヲ 満足スル 函数 $f(x)$ ヲ 決定スル 問題 = ナリ 行列ノ 問題ヲ 離レルヲ ケ デス。

Determinante ガ 1 ナル Matrix ガ Kommutatorgruppe ヲ 作ルコトハ 知ラレテ 居リマス。ソレハ 任意ノ Körper ノ 元ヲ 分子トスル Matrix = ツイテモ 成立シマス。 $n=2$ デ Körper ガ 2ツノ Element カラ ナルトキハ 例外デス。(van der Waerden, Gruppen von linearen Transformationen 6頁)