



Title	吉田君ノ論文216, 泉・北川両君ノ論文279ニ就イテ
Author(s)	三村, 征雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 71, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74224
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

302. 吉田君ノ論文216, 泉・北川兩君ノ 論文279 = 就イテ

三 村 征 雄 (阪大)

(I) 本紙60号ヲ吉田君ハ

$$U_a f(x) = f(x+a)$$

ナル Stone ノ 変換群ノすべくとるヲ計算サレタガ, コレハ
次ノ如クヨリ形式的ナ方法ヲ求メラレルコトヲ注意スル。目
的ハ

$$(U_a f, f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d(E(\lambda)f, f)$$

ヲ満足スル射影作用素 $E(\lambda)$ ヲ求メルコトデアル、今フーリ
エ変換ヲ $T =$ テ表ハシ

$$T^{-1}f(x) = \gamma(x)$$

トスレバ, ばらばらあるノ定理デ (即チ T がうに $-b$ ナル
コトヨリ)

$$\begin{aligned} (U_a f, f) &= (T^{-1}U_a f, T^{-1}f) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} \gamma(\lambda) \overline{\gamma(\lambda)} d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d\varphi(\lambda) \end{aligned}$$

ココニ

$$\varphi(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} \gamma(\mu) \overline{\gamma(\mu)} d\mu$$

デアルガ,

S_λ ナル作用素ヲ

$$\begin{aligned} S_\lambda f(\mu) &= f(\mu) & \mu \leq \lambda \\ &= 0 & \mu > \lambda \end{aligned}$$

ト定義スレバ

$$\begin{aligned} \varphi(\lambda) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_\lambda \gamma(\mu) \overline{\gamma(\mu)} d\mu \\ &= (S_\lambda T^{-1}f, T^{-1}f) = (TS_\lambda T^{-1}f, f) \end{aligned}$$

ヲ得、 S_λ ハーツノ *Spektralschar* デアルカラ、

$TS_\lambda T^{-1}$ モ亦然リ、即チ

$$E(\lambda) = TS_\lambda T^{-1}$$

デアル。

(II). 上ノ結果ヨリ本紙67号ヲ泉、北川両君ノ得ラレタル定理ヲ証明シテ見ヌウ、即チ吾々ノ記法ニヨレバ

定理 $\wedge$ ヲ L^2 ノ有界ナ一次変換ニシテ

“*Linear translatable*” 即チ

$$U_a \wedge = \wedge U_a$$

ナルモノトスレバ $\ell(x)$ ナル有界ナ函数が存在シ

$$T^{-1} \wedge T f(x) = \ell(x) f(x)$$

デアル。(逆ハ自明デアル)

証明 先ヅスベテノ a ニ對シ

$$\wedge U_a = U_a \wedge \text{ ナラバ } \wedge E(\lambda) = E(\lambda) \wedge$$

デアル。如何ニモスベテノ a ニ對シ

$$(U_a \wedge f, g) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d(E\omega \wedge f, g)$$

デアル方

$$\begin{aligned}(\wedge U_a f, g) &= (U_a f, \wedge_g^*) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d(E(\lambda) f, \wedge_g^*) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d(\wedge E(\lambda) f, g)\end{aligned}$$

デアルカラ,

$$(\wedge E(\lambda) f, g) = (E(\lambda) \wedge f, g)$$

即ち $\wedge E(\lambda) = E(\lambda) \wedge$

ヲ得ル。

故に $\wedge T S_\lambda T^{-1} = T S_\lambda T^{-1} \wedge$

即ち

$$T^{-1} \wedge T S_\lambda = S_\lambda T^{-1} \wedge T$$

今 $T^{-1} \wedge T = B$

トオケバ

$$B S_\lambda = S_\lambda B \text{ ----- (1)}$$

デアル。

又 $\varphi_{ab}(x)$ ヲ

$$\begin{aligned}\varphi_{ab}(x) &= 1 & a < x \leq b \\ &= 0 & x \leq a, \text{ 又ハ } x > b\end{aligned}$$

ナル函数 ($\in L^2$) トスレバ, (1) = ヨツテ

$$B \varphi_{ab}(x) = 0 \quad x > b, \text{ 又ハ } x \leq a$$

従ツテ スベテノ n = 對シ

$$l(x) = B \varphi_{n, n+1}(x) \quad n < x \leq n+1$$

ナル函数 (必ずしも L^2 = 屬サヌ) ヲ定義スレバ 同シク (1) ヨ

リ

$$B \mathcal{P}_{ab}(x) = \ell(x) \mathcal{P}_{ab}(x)$$

ヲ得ル。

先ツ $\ell(x)$ ハ有界デアール、何トナレバ假定ニヨリ

B ハ有界、即チ $\|Bf\| \leq G \|f\|$

ナル G が存在スル、故ニ

$$\begin{aligned} \int_a^b |\ell(x)|^2 dx &= \int_{-\infty}^{\infty} |\ell(x) \mathcal{P}_{ab}(x)|^2 dx \\ &\leq G^2 \|\mathcal{P}_{ab}\|^2 = G^2 (b-a) \end{aligned}$$

即チ Mass 0 ノ点ヲ除イテデアールガ

$$|\ell(x)| \leq G$$

即チ $\ell(x)$ ハ有界デアール、然ルトキ $\mathcal{P}_{ab}$ ノ一次結合ニヨッ

テ任意ノ $f(x) \in L^2$ ハ近似サレル故結局

$$Bf = T^{-1} \wedge T f = \ell(x) f(x)$$

ヲ得、定理ハ証明サレル。

(III) 上ノ定理ニ就キ次ノ事實ハ注意スベキデアール。

即チ S_λ ヲ *Spektralschar* トスルニ任ミ、作用素ハ

$$Hf(x) = xf(x)$$

ニヨッテ與ヘラレル。而シテ $BS_\lambda = S_\lambda B$ ハ $BH = HB$

ナルタメノ必要且ツ充分ナル條件デアリ、上ノ定理ハ

⊙ B が H ト交換可能ナルタメノ條件ハ

B が H ノ “函数” ナルコトデアール

ト述べラレル、然ルニ一般ニハ (Neumann, Riesz)

B がアル ん る み っ と 作用素 Γ の 函数 ナ ル タ ム ノ 条件ハ B が Γ ト 交換可能 ナ ル ス ベ テ ノ 作用素 ト 交換可能 ナ ル コ ト デ ア ル、即チ 吾々 ノ H = ツ イ テ ハ 条件 が 簡單 = ナ ッ テ 居 レ、ハ 如何 ナ ル 事情 = ヨ ル カ ト イ ヘ バ、ソ レ ハ H が *einfach* + *Spektrum* ヲ 持 ツ カ ラ ナ ノ デ ア ル。⑤ が 任意、*einfach* + *Spektrum* ヲ 持 ツ H = 就 イ テ 成立 ス ル コ ト ハ Stone ノ 書物、300 頁 定理 8.1 = 就 イ テ 見 テ レ タ イ。

(IV) 最後 = *Bachner*、定理 (*Math. Zeits.* 29. 泉, 北川 論文 279) が 泉, 北川、定理 ト 等 値 デ ア ル コ ト ハ

$$\frac{1}{i} f'(x) = Df$$

ナ ル 作用素 ト 上 ノ H ト ハ

$$D = T H T^{-1}$$

ナ ル 関係 = ア ル コ ト ヨ リ モ 知 ラ レ ル コ ト ヲ 注意 ス ル。(Stone, 441 頁 定理 10.9)

追加 其ノ 後 コ ノ 方法 デ $\sqrt{\lambda}$ が 有 界 デ ナ イ 場合 = 出来 タ 様 = 考 ヘ ラ レ ル が 別、機會 = 讓 ル コ ト ト ス ル。

昭和十年度七月——十二月分會費

未拂込ノ方ハ至急下記(振替貯金)
へ御拂込ミ下サイ。

(會費未納ノ方多キ爲ニ最近財政困難
デスカラ是非至急御願ヒ致シマス。)

大阪市北区

大阪帝國大學
理學部數學教室

清水辰次郎

口座番號 大阪一七七四三番