OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	吉田君ノ論文216, 泉・北川両君ノ論文279ニ就イテ
Author(s)	三村, 征雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 71, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74224
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

302. 吉田君ノ論文216，泉・北川兩君ノ論文279ニ就イテ

三村征雄（阪大）

(I) 本紙60号デ吉田君ハ

$$U_a f(x) = f(x+a)$$

ナル Stone ノ変換群ノすぺくとるヲ計算サレタガ，コレハ次ノ如クヨリ形式的ナ方法デ求メテレルコトヲ注意スル。目的ハ

$$(U_a f, f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d(E(\lambda) f, f)$$

ヲ満足スル射影作用素 $E(\lambda)$ ヲ求メルコトデアル、今ふーリエ変換ヲ T ニテ表ハシ

$$T^{-1} f(x) = \gamma(x)$$

トスレバ，ぱるせずあるノ定理デ（即チ T がうにてーるナルコトヨリ）

$$(U_a f, f) = (T^{-1} U_a f, T^{-1} f)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} \gamma(\lambda) \overline{\gamma(\lambda)} d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d\varphi(\lambda)$$

ココニ

$$\varphi(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} \gamma(\mu) \overline{\gamma(\mu)} d\mu$$

デアルガ，

S_λ ナル作用素ヲ

$$S_\lambda f(\mu) = f(\mu) \qquad \mu \leq \lambda$$
$$= 0 \qquad \mu > 0$$

ト定義スレバ

$$\varphi(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} S_\lambda \gamma(\mu)\, \overline{\gamma(\mu)}\, d\mu$$
$$= (S_\lambda T^{-1} f,\ T^{-1} f) = (T S_\lambda T^{-1} f,\ f)$$

ヲ得、S_λ ハ "Spektralschar" デアルカラ、$TS_\lambda T^{-1}$ モ勿然リ、即チ

$$E(\lambda) = T S_\lambda T^{-1}$$

デアル。

(II). 上ノ結果ヨリ本紙67号デ泉，北川両君ノ得ラレタル定理ヲ証明シテ見ヤウ、即チ吾々ノ記法ニヨレバ

定理　Λ ヲ L^2 ノ有界ナル次変換ニシテ "Linear translatable" 即チ

$$U_a \Lambda = \Lambda U_a$$

ナルモノトスレバ $l(x)$ ナル有界ナ函数ガ存在シ

$$T^{-1} \Lambda T f(x) = l(x) f(x)$$

デアル。(逆ハ自明デアル)

証明　先ヅスベテノ a ニ対シ

$\Lambda U_a = U_a \Lambda$ ナラバ $\Lambda E(\lambda) = E(\lambda) \Lambda$

デアル。如何ニモスベテノ a ニ対シ

$$(U_a \Lambda f,\ g) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda}\, d(E(\lambda) \Lambda f,\ g)$$

デアルー方

$$(\Lambda U_a f, g) = (U_a f, \Lambda^* g) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d(E(\lambda) f, \Lambda^* g)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\lambda} d(\Lambda E(\lambda) f, g)$$

デアルカラ，

$$(\Lambda E(\lambda) f, g) = (E(\lambda) \Lambda f, g)$$

即チ　$\Lambda E(\lambda) = E(\lambda) \Lambda$

ヲ得ル。

故ニ　$\Lambda T S_\lambda T^{-1} = T S_\lambda T^{-1} \Lambda$

即チ

$$T^{-1} \Lambda T S_\lambda = S_\lambda T^{-1} \Lambda T$$

今　$T^{-1} \Lambda T = B$

トオケバ

$$B S_\lambda = S_\lambda B \quad \cdots\cdots (1)$$

デアル。

又 $\varphi_{ab}(x)$ ヲ

$$\varphi_{ab}(x) = 1 \qquad a < x \leq b$$

$$= 0 \qquad x \leq a, \text{ 又ハ } x > b$$

ナル函数（$\in L^2$）トスレバ，(1) ニヨッテ

$$B \varphi_{ab}(x) = 0 \qquad x > b, \text{ 又ハ } x \leq a$$

従ッテスベテノ n ニ対シ

$$l(x) = B \varphi_{n,n+1}(x) \qquad n < x \leq n+1$$

ナル函数（必ズシモ L^2 ニ属サヌ1）ヲ定義スレバ同ジク (1) ヨ

リ

$$B\varphi_{ab}(x) = l(x)\,\varphi_{ab}(x)$$

ヲ得ル。

先ヅ $l(x)$ ハ有界デアル、何トナレバ仮定ニヨリ

B ハ有界、即チ $\|Bf\| \leq G\|f\|$

ナル G が存在スル、故ニ

$$\int_a^b |l(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |l(x)\,\varphi_{ab}(x)|^2 dx$$

$$\leq G^2 \|\varphi_{ab}\|^2 = G^2(b-a)$$

即チ Mass 0 ノ点ヲ除イテ $l(x)$ ハアルガ

$$|l(x)| \leq G$$

即チ $l(x)$ ハ有界デアル、然ルトキ φ_{ab} ノ一次結合ニヨッテ任意ノ $f(x) \in L^2$ ハ近似サレル故結局

$$Bf = T^{-1}\Lambda T f = l(x)\,f(x)$$

ヲ得、定理ハ証明サレル。

(III) 上ノ定理ニ就キ次ノ事実ハ注意スベキデアル。

即チ S_λ ヲ Spektralschar トスルエルミット作用素ハ

$$Hf(x) = xf(x)$$

ニヨッテ與ヘラレル。 而シテ $BS_\lambda = S_\lambda B$ ハ $BH = HB$ ナルタメノ必要且ツ充分ナル條件デアリ、上ノ定理ハ

◎ B ガ H ト交換可能ナルタメノ條件ハ

B ガ H ノ〝函數〟ナルコトデアル」

ト述ベラレル、然ルニ一般ニハ (Neumann, Riesz)

Bがアル元ヲみっと作用素Γノ函数ナルタメノ條件ハBがΓト交換可能ナルスベテノ作用素ト交換可能ナルコトデアル、即チ吾々ノH＝ツイテハ條件が簡単＝ナッテ居ルノハ如何ナル事情＝ヨルカトイヘバ、ソレハHが einfach ナ Spektrum ヲ持ツカラナノデアル。◎が任意ノ einfach ナ Spektrum ヲ持ツH＝就イテ成立スルコトハ Stone ノ書物ノ300頁定理8.1＝就イテ見ラレタイ。

(Ⅳ) 最後＝Bochner ノ定理（Math. Zeits. 29. 泉，北川論文279）が泉，北川ノ定理ト等値デアルコトハ

$$\frac{1}{i}f'(x)=Df$$

ナル作用素ト上ノHトハ

$$D=THT^{-1}$$

ナル関係＝アルコトヨリモ知ラレルコトヲ注意スル。（Stone, 441頁定理10.9）

追加　其ノ後コノ方法デΛが有界デナイ場合＝出來タ様＝考ヘラレルが別ノ機會＝譲ルコトトスル。

昭和十年度七月——十二月分會費

未拂込ノ方ハ至急下記(振替貯金)
ヘ御拂込ミ下サイ。

(會費未納ノ方多キ爲ニ最近財政困難
デスカラ是非至急御願ヒ致シマス。)

大阪市北區

大阪帝國大學
理學部數學教室 清水辰次郎

口座番號　大阪一七七四三番