



Title	函数方程式二就テ, III
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 72, p. 25-27
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74235
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

313. 函数方程式 = 就テ, III

福 原 満 洲 雄 (北大)

空間 E 及 n -次函数 $F(X)$ = 關スル假定ハ前同様トス
ル、空間 E が *normé* トイフ假定ハ *localement con-*
vexe デ置換ヘテレルコトハ殆シド確實デアルガ、証明が混
雑シテ來ルカラ、前同ト同ジ方針ヲ進メル所ヲ行キ、然ル

後假定シタ條件ノ再検討ヲスルコトニシヨウ。

尚定理3ニ於テ $X - kF(X) = 0$ が $0 \leq k \leq 1$ デ 0 デナイ解ヲ持タナイト假定シタガ $X - F(X) = 0$ が 0 デナイ解ヲ持タナケレバトイフマウニ述ベル方がヨカッタ。コレハ後ノ部分ニモ影響ヲ及ボス。

定理 17. 「 X = 関スル方程式

$$(1) \quad X - F(X) = x$$

が解ヲ持ツマウナエノ集合 B ハ一次閉集合デアアル」

B が一次集合デアアルコトハ明カデアアル。

B が閉デアアルコトノ証明。 B ノ定点点 x = 對シテ (1) ヲ満足スル X ノ中ニ $norm$ が最小ノモノガアル (ノットハ限ラナイ)。ソノ $norm$ ヲ $\rho(x)$ ガ表ハス。

$$x_j \rightarrow x, \quad x_j \in B$$

ナラバ $x \in B$ デアルコトヲ示セバヨイ。上ニ注意シタ所ニヨリ

$$X_j - F(X_j) = x_j, \quad \|X_j\| = \rho_j = \rho(x_j)$$

ナル X_j が存在スル。若シ $\{X_j\}$ が有界ナラバ $F(X_j) \rightarrow X$ ト假定スルコトガ出來ル。此ノ X = 對シテ (1) が成立スルカラ $x \in B$ ヲ得ル。

$\{X_j\}$ が有界デナケレバ $\rho_j \rightarrow +\infty$ ト假定スルコトガ出來ル。 $X_j = \rho_j Y_j$ ト置ケバ

$$Y_j - F(Y_j) = x_j / \rho_j$$

トナリ $\|Y_j\| = 1$ デアルカラ $F(Y_j) \rightarrow Y$ ト假定スルコト

が出来ル、依テ

$$Y - F(Y) = 0$$

トナレ、 $X_j - \rho_j Y = Z_j$ ト置ケル

$$Z_j - F(Z_j) = x_j$$

且ツ $j \rightarrow \infty$ ノトキ

$$\|Z_j\|/\rho_j \rightarrow 0$$

トナル、コレハ $\rho(x)$ ノ定義ニ反スル。

定理 8. 「 $X =$ 開スル方程式 (1) ガスベテノ $x =$ 對シ
テ解ケルトイフコトト

$$(2) \quad X - F(X) = 0$$

ガ 0 デナイ解ヲ持タナイトイフコトトハ同等デアル」

(2)ヲ満足スル X ノ集合 A ハ一次閉集合デアルカラ商空間
 E/A ヲ利用スルコトニ依テ証明サレル。