



Title	4-Kurvenscharen ノ Invariant ニツイテ
Author(s)	栗田, 稔
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 74, p. 18-22
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74248
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

325. 4-Kurvenscharen, Invariant = ツイテ

栗田 稔 (東大學生)

§ 1. 平面上 = アル四ツノ Kurvenscharen

$$(1) \quad L_i = g_i(u, v) du + \psi_i(u, v) dv = 0$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

が興ヘテ レテキテ之が *geflecht* フナシテキル, 即チドノ
三ツノ Scharen 在 Kurvengewebe フナシテキル場
合 = ツイテ考ヘマス。

但シ出テ來ル u, v ノ函数ハ 必要 ナダケ微分可能トシ

マス。

$$\text{今 } \bar{\tau}: \quad u = u(\bar{u}, \bar{v}) \quad v = v(\bar{u}, \bar{v})$$

$$T^*: \quad L_i^* = \lambda_i L_i \quad \lambda_i = \lambda_i(u, v)$$

ナルニツ、変換 = 對スル *geflecht* (1), 第一級, *Invariant* ハ本質的 = ハ

$$V = \frac{D_{13} D_{24}}{D_{14} D_{23}} \quad \text{但シ} \quad D_{ik} = \begin{vmatrix} \varphi_i & \varphi_k \\ \psi_i & \psi_k \end{vmatrix}$$

ヨリ他 = ナイコトハ *Blaschke* モ注意シテキル所マス。

$$\text{次} = \quad \Gamma_i = \psi_i \frac{\partial}{\partial u} - \varphi_i \frac{\partial}{\partial v} \quad i = 1, 2, 3, 4$$

ナル *Operatoren* フシラベテミマス

$$\bar{\tau} \text{ デハ} \quad \bar{\Gamma}_i = \mathcal{J} \Gamma_i \quad \text{コゝ} = \mathcal{J} = \frac{\partial(u, v)}{\partial(\bar{u}, \bar{v})}$$

$$T^* \text{ デハ} \quad \Gamma_i^* = \lambda_i \Gamma_i$$

$$\text{ソコデ} \quad Q_1^6 = \frac{(D_{12} D_{13} D_{14})^2}{D_{23} D_{34} D_{42}}$$

ナルモノヲ作ツテミマス

$$\bar{\tau} \text{ デハ} \quad \bar{Q}_1^6 = \frac{\mathcal{J}^6 (D_{12} D_{13} D_{14})^2}{\mathcal{J}^3 D_{23} D_{34} D_{42}} = \mathcal{J}^3 Q_1^6$$

$$T^* \text{ デハ} \quad (Q_1^6)^* = \frac{\lambda_1^6 (\lambda_2 \lambda_3 \lambda_4)^2 (D_{12} D_{13} D_{14})^2}{(\lambda_2 \lambda_3 \lambda_4)^2 D_{23} D_{32} D_{42}} = \lambda_1^6 Q_1^6$$

從ツテ新 $\pi = \frac{1}{Q_1} \Gamma_1$ フ Γ_1 トオクコト = スル

$$\bar{\tau}: \quad \bar{\Gamma}_1 = \sqrt{\mathcal{J}} \Gamma_1 \quad T^*: \quad \Gamma_1^* = \Gamma_1$$

同様 = シテ

$$Q_2^6 = -\frac{(D_{21} D_{23} D_{24})^2}{D_{13} D_{34} D_{41}} \quad Q_3^6 = -\frac{(D_{31} D_{32} D_{34})^2}{D_{12} D_{24} D_{41}} \quad Q_4^6 = \frac{(D_{41} D_{42} D_{43})^2}{D_{12} D_{23} D_{31}}$$

カラ

$$\frac{1}{Q_2} \Gamma_2, \quad \frac{1}{Q_3} \Gamma_3, \quad \frac{1}{Q_4} \Gamma_4$$

ヲ作り之ヲ新タ = Γ_i ($i=2, 3, 4$) トオクト之等ハ Γ_i ト全ク同様ノ変化ヲスル。従ツテコレヲノ四ツノ *Operatoren* ハ *Relativ invariante Operatoren* ナス、以下 Γ_i ハコトニアゲテ意味トスル。

以上ノコトカラ *geflecht* , 二次, *Invariant* =

$$\text{relativ: } \Gamma_{i\nu} \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

$$\text{absolut: } \frac{\Gamma_{i\nu}}{\Gamma_{\kappa\nu}} \quad (i, \kappa=1, 2, 3, 4)$$

ガアルコトガワカリマス。尤モコレ以外ニアルカドウカハ之ダケデハワカリマセン。

Γ_i ノ間ニハドンナ関係ガアルカハ (1) ヲ特殊ナ形

$$L_1 = du, \quad L_2 = dv, \quad L_3 = du + \psi dv$$

$$L_4 = \varphi du + dv$$

ニトツテ考ヘテミレバ差支ヘアリマセンカラ、之カラシラベテミマス

$$\Gamma_1 = \frac{\Delta}{\sqrt{\varphi}} \frac{\partial}{\partial v} \quad \Gamma_2 = \frac{\Delta}{\sqrt{\varphi}} \frac{\partial}{\partial u} \quad \Gamma_3 = \frac{\Delta}{\sqrt{(1-\varphi^2)}} \left(\varphi \frac{\partial}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial v} \right)$$

$$\Gamma_4 = \frac{\Delta}{\sqrt{(1-\varphi^4)\varphi}} \left(\frac{\partial}{\partial u} - \varphi \frac{\partial}{\partial v} \right) \quad \Delta, \varphi \text{ は } u, v \text{ の 函数}$$

$$\text{従って } \Gamma_1^2 + \Gamma_2^2 + \Gamma_3^2 + \Gamma_4^2 = 0$$

§2. Mayrhofer 氏ハ Topologische Fragen der Differentialgeometrie III (Math. Zeit. 28) 及び IX (Hamburg VII) = 於テ

Sechseckgeflecht ハ次ノイツレカ = topologisch äquivalent ナルコトヲ示シテキル、即チ

1° 4-11 elementenbüscheln von Strahlen

2° 3- " " " und 1-eigentlicher Strahlbüschel

3° 2- " " " und 2- "

ソコデ Mayrhofer 氏ハコノ 1°, 2°, 3° が topologisch = äquivalent デナイコトヲ幾何学的ニ証明サレテキルガ之ハ上記ノ Operator = ヲレバ

$$1^\circ \quad \Gamma_i \nu \equiv 0 \quad \Gamma_k \nu = 0 \quad i \neq k$$

$$\text{即チ } \nu = \text{konst}$$

$$2^\circ \quad \Gamma_4 \nu \equiv 0 \quad \Gamma_i \nu \neq 0 \quad \nu = 1, 2, 3$$

$$3^\circ \quad \Gamma_i \nu \neq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

之レカラモ豫想サレル様ニ 2° デハ eigentlich ナモノガ固定シテキルケレドモ 3° デハ固定シテキナイ、即チ適當ニ変換ヲ用ヒレバ勝手ニニツテ eigentlich = スルコトが出来マス。之ハ容易 ナコトダカラ省イテオキマス。

§ 3. 以上ノコトハ二次元ノ場合ハ ν が一点カラ $L_2 = 0$
 = ヒイタ四ツノ切線ノ方向ノ非調和比ナルコトカラ考へレバ
 極メテ當然ノコトデセウガ三次元ノ場合ヲ考へルト *Topolo-*
gische Fr. d. Diff. geo. V (Blaschke) ノ補足ト
 ナリ多少意味ヲモツテ來ル様ニ思ハレマス。

§ 4. ν ヲ用ヒルト次ノ *trivial* ナ結果が出マス。

Sechseckgeflecht が *Diagonale Netze* ナス
 タメノ必要十個條件ハ $\nu = -1$ ナルコトデアル。

—— 11. 1. 8 ——