



Title	Im kleinen kompaktナ空間ノ Metrisationニ就イテ
Author(s)	角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 75, p. 1-4
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74250
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

327. Im kleinen kompakt + 空間, Metrisation = 就イテ

角 谷 静 夫 (阪大)

Alexandroff 及 Urysohn は im kleinen kompakt + 空間 R が metrisierbar デアルタメニ R が任意ノ Mächtigkeitノ個數ノ互ニ共通点ノナイ開集合 G ノ和デアツテコノ各々ノ開集合 G が Hausdorffノ第二ノ Abzählbarkeitsaxiomヲ満足スルコトが必要且ツトナルデアルコトヲ証明シタ^{*}。

コノ証明ハ十餘性ノ方ハ Urysohn ノ Metrisationssatzヲ用フレ^{**}容易デアルが必要性ノ証明ハ相當面倒デアル上ニ Wohlordnungssatzヲ用ヒテキルノ次ニ比較的簡單ナ Wohlordnungssatzヲ用ヒナイ証明ヲ掲ゲル。

* P. Alexandroff: Über die Mächtigkeit der im kleinen kompakten topologischen Räume, Math. Ann. Bd. 92.

P. Alexandroff et P. Urysohn: Mémoire sur les espaces topologiques compacts, Verhandelingen der konink. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam, 1929.

** 十餘ナルコトハ次ノ如ク証明スル。各々ノ G は im kleinen kompakt デ Hausdorffノ第二ノ abzählbarkeitsaxiomヲ満足シテキルカラ一点ヲ附加シテ G + 点 が kompakt デ且ツ Hausdorffノ第二ノ abzählbarkeitsaxiomヲ満足スルヤウニ出来

R は互に共通点のない各々 *zusammenhängend* + 開集合 ("komponent") G の和トシテ表ハサレルカラ G が *zusammenhängend*, *metrisch*, *im kleinen kompakt* + レトキ G が Hausdorff, 第二, Abzählbarkeitsaxiom を満足スルコトヲ示セバヨイ。コノタメニハ $G = \tau$ *überall dicht* + 可附番集合ヲ作レバヨイ (G は假定ニヨリ *metrisch* デアルカラ)。以下 G を全空間ト考ヘル。

G は *im kleinen kompakt* デアルカラ G の各点 $x =$ 對シテ δ を十分小サクトレバ $S(x, \delta)$ は *kompakt* ナリ, シタガツテ G が *metrisch* ナルコトヨリ $S(x, \delta)$ は *separabel* ナル。 $S(x, \delta)$ が *separabel* + レ如キ δ の上限ヲ ρ_x トスル。

若シモアル一点 $x =$ 對シテ $\rho_x = \infty$ デアレバ G が *separabel* トナツテ定理が成立スルカラ常ニ $\rho_x < \infty$ ト假定シテモ差支ナイ。

今 a を G の一点トスル。 $S(a, \frac{1}{2}\rho_a)$ は *separabel* デアルカラココニ於テ *dicht* + 可附番集合

ル。 Urysohn の定理ニヨリ G + 之 (シタガツテ G) が *metrisierbar* デアル。

各々の G へ *Metrik* ρ_G が定マレバ $\rho_G^* = \frac{\rho_G}{1+\rho_G}$ トオキ、 x, x' が同ジ G へ屬スルトキハ $\rho(x, x') = \rho_G(x, x')$, 異ル G へ屬スルトキハ $\rho(x, x') = 1$ トオケル R 全体ノ *Metrik* が得ラレル。

$$D_a = \{a_1, a_2, \dots, a_{i_1}, \dots\}$$

が存在スル。 $a_{i_1, i_2, \dots, i_k}$ が既ニ定マツタトキ $S(a_{i_1, i_2, \dots, i_k}, \frac{1}{2} \rho_{a_{i_1, i_2, \dots, i_k}}) =$ 於テ *dicht* ナ可附添集合

$$D_{a_{i_1, i_2, \dots, i_k}} = \{a_{i_1, i_2, \dots, i_k, 1}, a_{i_1, i_2, \dots, i_k, 2}, \dots, a_{i_1, i_2, \dots, i_k, i_{k+1}}, \dots\}$$

が存在スル。

$$D = D_a + \sum D_{a_{i_1, i_2, \dots, i_k}}$$

$$S = S(a, \frac{1}{2} \rho_a) + \sum S(a_{i_1, i_2, \dots, i_k}, \frac{1}{2} \rho_{a_{i_1, i_2, \dots, i_k}})$$

トオク。ココ = $\sum$ ハ何レモアテエル $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ ($k = 1, 2, \dots$) ノ組ニ對スル和ヲ表ハス。明カニ D ハ可附添集合、 S ハ開集合デアリシカモ D ハ $S =$ 於テ *überall dicht* デアル。

ヨツテ $S = G$ ナルコトヲ示セバ証明ハ完結スル。 G ハ *zusammenhängend* デアルカラ S が開集合デアルト同時ニ閉集合デアルコトヲ示セバヨイ。

コノタメニハ S ノ任意ノ集積点 x が $S =$ 含マレルコトヲ云ヘバヨイ。

$x \in S'$ デアルカラ x ノ近傍 $S'(x, \frac{1}{6} \rho_x)$ ハ S ノ点ヲシタガツテ D ノ点ヲ少クともツ含ム。コレヲ a_x トセヨ。
 $S(a_x, \frac{1}{3} \rho_x) \subset S'(x, \frac{1}{2} \rho_x)$ デアルカラ $S(a_x, \frac{1}{3} \rho_x)$

ハ separabel ナル。即チ

$$\frac{1}{3} \rho_x < \rho_{a_*}$$

故ニ

$$\rho(x, a_*) < \frac{1}{6} \rho_x < \frac{1}{2} \rho_{a_*}$$

ヨツテ

$$x \in S(a_*, \frac{1}{2} \rho_{a_*}) \subset S \quad (\text{証明終})$$