



Title	函数方程式ニ就イテ, IV
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 75, p. 4-7
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74251
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

328. 函数方程式ニ就イテ, IV

福原満洲雄(北大)

A ノ点ト B ノ点トノ和トシテ表ハサレル点ノ集合ヲ $\{A, B\}$ デ表ハスコトニスル。 E ハ完備シタ線状 D 空間 (*espace linéaire, normé et complet, Banach*ノ B 型空間), $F(x)$ ハ有界子集合デ *complètement continue*デアルー次函数トシ,

$$(1) \quad X - F(X) = 0$$

トナルヤウナ X ノ集合ヲ M , X ニ関スル方程式

$$(2) \quad X - F(X) = x$$

ガ解ヲ持ツヤウナ x ノ集合ヲ A トスル。

定理9. 「 $\{A, M\}$, AM ハ共ニ一次開集合デアール」

定理10. 「 AM ガ0ダケカラ成ルコトト, $\{A, M\}$ ガ E

ト一致スルコトトハ同等デアル」

コレカラ

定理11. 「 X = 関スル方程式

$$(3) \quad X - \lambda F(X) = 0$$

ノ固有値、即チソレガ0デナイ解ヲ持ツヤウナ λ ノ値ハ孤立シテ居ル」

コトカ証明サレル。今迄定理ノ証明ハ殆ンド全部省略シテ、單ニ一例トシテ定理7ノ証明ヲザット述べタダケデアツタガ、ソレハドウイフ順序デ定理11ニ達シタカ、ソノ経路ヲハツキリサセタイ處メデアツタ。次ニ定理11ノ証明ヲ述べヨウ。

簡單ノタメ $\lambda = 1$ ヲ固有値トスル。

$$E = E', \quad A = A'$$

ト置キ、一般ニ β ヲ或ル順序数トシタトキ β ヨリ小サイ α ニ對シテ A^α, E^α ガ定義サレタモノトスル、 β ノ直前ノ順序数ガ存在シナイナラバ

$$E^\beta = \prod_{\alpha < \beta} E^\alpha$$

ト置キ、 β ノ直前ノ順序数 $\beta-1$ ガ存在スルナラバ

$$E^\beta = \{A^{\beta-1}, M\}$$

ト置キ、(2)ヲ満足スル X ガ E^β ノ中ニ存在スルヤウナ $\mathcal{X}$ ノ集合ヲ A^β トスル、 $\{E^\alpha\}, \{A^\alpha\}$ ハ共ニ一次関係合ノ減少列トナルカラ

$$E^Y = E^{Y+1} = \dots, A^Y = A^{Y+1} = \dots$$

トナルヲナ Y が存在スル. (2) γ E^Y = 於ケル方程式ト考ヘレバ

$$\{A^Y, M\} = E^{Y+1} = E^Y$$

デアルカラ $A^Y M$ ハ O ダケカラ成ル (定理 10). 故ニ (1) γ A^Y = 於ケル方程式ト考ヘレバ其ノ解ハ O ダケデアル. 故ニ $\delta > 0$ が十分小サケレバ $|e-1| < \delta$ ノ時 (3) γ 満足スル A^Y ノ点 X ハ O = 限ル. $0 < |e-1| < \delta$ ノ時 (3) が E ノ点 X デ満足サレテ居ルトスル. x γ (2) = 依テ定義スル. $X \in E^\alpha$ ナラバ $x \in A^\alpha$ デアル.

(2), (3) カラ

$$(1 - \frac{1}{e})X = x$$

γ 得ルカラ $X \in A^\alpha$ ノ点デアル. 従ツテ $X \in E^{\alpha+1} = \{A^\alpha, M\}$ ノ点デアル. β が直前ノ順序数ヲ持タズ. $\alpha < \beta$ ノ時 $X \in E^\alpha$ ナラバ $X \in E^\beta = \prod_{\alpha < \beta} E^\alpha = \epsilon$ 属スル. 故ニ $X \in E^Y$ トナル. $X \in E^\alpha$ カラ $X \in A^\alpha$ γ 得ルノデアルカラ $X \in A^Y$ デアル. 従テ $X = O$ トナル.

以 上

$$(4) \quad X - eF(X) = x$$

ノ解 γ

$$(5) \quad x - G(x, e) = X$$

ト書ケバ $G(x, e)$ ノ (e = 関スル) 特異点ハ (3) ノ固有値デ定理 11 = 依ツテ孤立シテ居ル. 併シソレダケデハ (定理

6ヲ考ヘ=入レテ ε) (3)ノ固有値ガ $G(x, \theta)$ ノ極=ナルコトハ証明サレナイ。

定理12. 「 $\theta=1$ ヲ(3)ノ固有値トスル. $\gamma < \omega$ ナラバ $G(x, \theta)$ ノ特異点 $\theta=1$ ハ極デアアル」

コトハ証明出来タガ、ソノ逆ハ?

定理13. 「 $\gamma < \omega$ ナラバ E/A ハ M ト *homéomorphe* =ナル」ガ $\gamma \geq \omega$ ナラバドウナルデアラウカ?

附記. 後=ナツテ氣がツイタノデアアルガ、前回ハ結論ヲ急ヤ遅ヤテ証明ノ途中デ重大ナ過失ヲ犯シテ居タ。從ツテ今回ノ結果ハ前回ノ定理が成立スル場合=ハ同時=成立スルノデアアルガ、一般ノ線状D空間デ以上ノ定理が成立スルコトガ証明サレタコト=ハナレナイ。