



Title	確率論ノ一問題ニ就イテ
Author(s)	須田, 信濃夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 77, p. 18-21
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74263
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

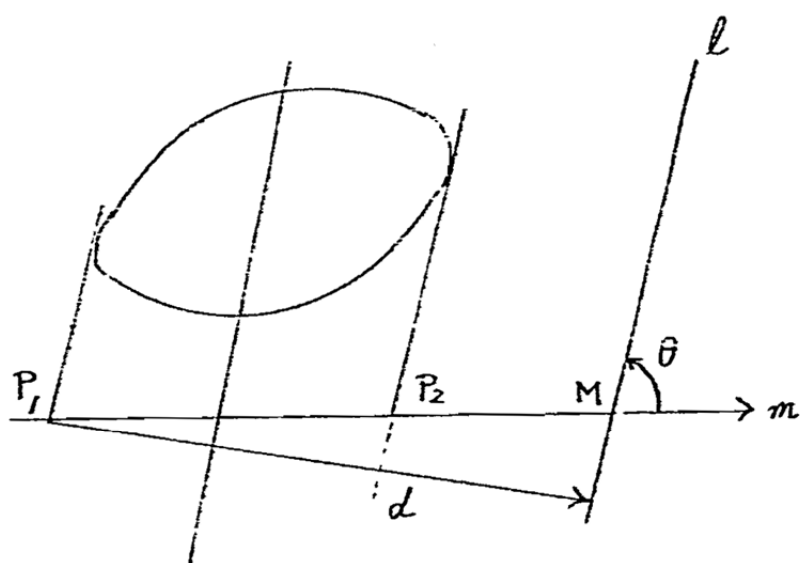
340. 確率論ノ一問題ニ就イテ

須田 信濃 夫 (東京)

確率論ニ於イテ有名ナ Bertrand ノ不定問題ノ一ツヲ一般化シテ次ノ問題ヲ考ヘル。

「一ツノ卵形 A が與ヘラレタルトキ、 A ヲ過ル直線ヲ無心ニ引イテ、ソレガ A 内ノ一ツノ卵形 B ヲ過ル確率ヲ求ム」

卵形 A ノ平面内ニ任意ノ直線 l ヲトリ、正ノ方向ノ定メ



ラレテアル一定直線 m トノナス角ヲ θ トス。 ($0 \leq \theta < \pi$)
 l = 平行ナ卵形ノ二ツノ切線ガ m ト交ハル点ヲ P_1, P_2 トスル。

且シ Vector $\overrightarrow{P_1 P_2}$ ガ m ノ方向ニ開シテ、正ノ向キヲ持ツ様ニシテオク。 M ヲ l ト m トノ交点トシテ

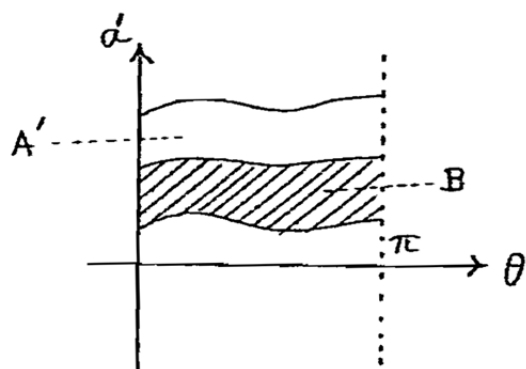
$$d = \pm \sin \theta \cdot P_1 M.$$

トオク、 $\overrightarrow{PM}$ ノ方向ガ正ナラハ +, 負ナラ -。

任意ノ直線ハ θ ト d ヲ一意ニキメ、逆ニソレヲノ値デ一意ニ定マル。

θ, d ヲーツノ補助平面ノ直交座標ト考ヘルト、卵形ノ平面上ノ直線ト補助平面上ノ $(0 \leq \theta < \pi)$ ナル領域、点トハ一対一ニ對應スル。

今、問題ニナレノハ、 A ヲ通ル直線ノミデアル、補助平面上デハ、カ、レ直線ニ對應スル点ハ領域 A' ヲ作ル。 B = 對應シテ領域 B' が出來ル。



A', B' ハ夫々函数 $f(\theta), f_1(\theta), f_2(\theta)$ ヲ適當ニトレバ

$$0 \leq \theta < \pi \quad 0 \leq d \leq f(\theta);$$

$$0 \leq \theta < \pi \quad f_1(\theta) \leq d \leq f_2(\theta)$$

デ表ハスコトが出來ル。

$f(\theta)$ 及ビ $f_2(\theta) - f_1(\theta)$ ハ卵形 A, B ノ一定方向ニ對スル幅ニ他ナラナイ。

直線ガ A ヲ通ルマウニ引カレタルトキ、任意ノ A 内ノ卵形 B ヲ過ル確率ハ、 B = 對應スル補助平面ノ領域 B' ノ面積ニ比例スルトイフ假定ヲ設ケル。

直線ガ A ヲ通ルマウニ引カレタルトキ、 A ヲ通ル確率ハ1デアル。

然ツテ直線ガ B ヲ過ル確率ヲ P_B トセバ

$$P_B = 1 \times \frac{B' \text{ノ面積}}{A' \text{ノ面積}}$$

或ハ

$$P_B = \frac{\int_0^\pi (f_2(\theta) - f_1(\theta)) d\theta}{\int_0^\pi f(\theta) d\theta}$$

分子、分母 = 現ハレタ積分ハ卵形 = 從屬スル量ヲ表ハス。
即チ、ソレハ方向 θ = 對スル卵形ノ幅ヲ θ = 於イテ 0 から π
迄積分シタモノデアル。

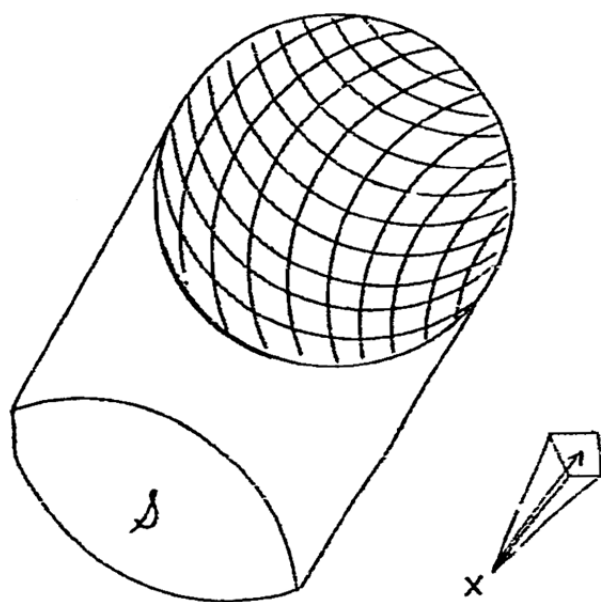
此量ハ實際、卵形ノ周 = 等シクナル。

一方 = 於イテ此ノ量ハ、偶然的ナ直線ガソノ中デ変動ス
ル直線集合ノ測度ト考ヘルコトが出来ル。此ノ意味デ之レヲ
卵形ノ直線面積ト名付ケル。スルト、次ノヤウニ云フコトが
出来ル。

一ツノ卵形 A ヲ過ギル直線ヲ引イタトキ、其ノ直線ガ A
内ノ卵形 B ヲ過ギル確率ハ、アル假定ノ下デ B, A ノ直線面積
ノ比ニ等シイ。

最初ニ云ッタ *Bertrand* ノ問題ハ、A が半径 r ノ円
デ B が半径 $\frac{r}{2}$ ノ同心円デアアル場合デアアル。我々ノ解法ハ
渡辺氏確率論所載ノ本問題ノ三ツノ解法ノ第一ノモノト
同シ考ヘ方ニ從ッテアル。(但シ、問題ノモトノ形ハ直線ガ
B ヲ過ギルトイフ代リニ、弦ガ A ノ内接正三角形ノ一辺ヨリ
大デアルトイフ條件ヲ使ッテアル)

2. 卵形 = 於ケル直線面積ノ考ヘ方ヲ空間圖形ニ拡張テ、
卵体ノ直線体積、平面体積ヲ考ヘルコトが出来ル。



前者ハ、任意ノ方向=平行
=卵体ヲ射影シテ得タル

Cylinderノ直角断面積
ヲ Δ デ表ハスト

$$\int \Delta d\Omega$$

ヲ定義出来ル、 $d\Omega$ ハ球
面角ノ element デアル。

後者ハ、 l ヲ任意ノ方向

=對應スル卵体ノ幅トスレバ

$$\int l d\Omega$$

=ヨツテ定義出来ル。

直線体積ノ場合=ハ次ノ簡單ナ關係ガアル。

$$\boxed{V = \pi S}$$

但シ S ハ卵体ノ表面積、 V ハ直線体積

之レ等ノ量ハ次ノ様ナ確率ノ問題=應用出来ル。

「或ル卵体ヲ過ル直線(平面)ヲ無心=引キ、其ノ直
線(平面)ガソノ卵体内ニアル小ナル卵体ヲ過ル確率
如何」