



Title	函数方程式二就テ, V
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 77, p. 22-25
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74264
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

341. 函数方程式 = 就テ, ∇

福原満洲雄 (北大)

完備シタ線状空間 E = 於ケル一次方程式 = 関シテハ *Riesz* ノ研究 (*Acta Math.* 1918) ガアルコトヲ南雲氏カラ注意ヲ受ケマシタガ、実ハ *Leray-Schauder* モソレヲ引|用シテ居タノデ、ウツカリ見落シア居タモノデシタ、ソレ=依ツテ III デ述べタ定理モ成立シ、南雲氏が示サレタ如ク

$$X - kF(X) = x$$

ノ解ガ k ノ有理型函数トナルコトモ明カ=ナリマシタ、コレデ *Fredholm* ノ積分方程式ノ抽象化ハ大体片ガツイタワケデスガ、更=非線形方程式ヘ進ム=ハ

$$X - kF(X) = 0$$

ノ解 $X=0$ ノ *indice* ヲ求メテオカナケレバナラナイ、ソレモ *Leray-Schauder* ガ求メテキルノデスガ、ソレガ ± 1 デアルコトハ次ノマウ=考ヘテモヨイマウデス、 k ガ複素数デアルトキ = kx ($x \in E$) ガ定義サレテキルナラバ、ソノ指数ハ $+1$ デアル、コレハ固有値ガ孤立シテキルコトカラ得ラレル簡單ノ事実 = 過ギナイ。ソノ際

$$\|kx\| = |k| \cdot \|x\|$$

ナル關係ハ k ガ実数ノ時 = 成立シテ居レバヨイノデ、一般= k ガ複素数ナラバ

$$\|kx\| \leq |k| \cdot \|x\|$$

トナルヤウナ k = 無関係ナ L が取レレバヨイ。従ッテ kx ($x \in E$) が k ノ実数值 = 對ッテ ノミ 定義サレテ居ル場合 = ハ 虚單位 i ヲ導入シテ $x + iy$ ナル点ノ 集合ヲ E^* デ表ハシ

$$(\mu + i\nu)(x + iy) = \mu x - \nu y + i(\nu x + \mu y)$$

$$\|x + iy\| = \sqrt{\|x\|^2 + \|y\|^2}$$

ト定義シ,

$$F(x + iy) = F(x) + iF(y)$$

= 依ッテ $F(x)$ ヲ E^* デ定義サレタ 函数ト見做セバ

$$X - F(X) = 0$$

ノ 解 $X = 0$, *indice* ハ $+1$ トナル。コレハ $E^* = E$ デ考ヘテノ 話デアルカラ $E = E^*$ デ考ヘレバソノ *indice* ハ ± 1 トナル。

尚 且 ア *Leray-Schauder* カヲ引用シタノハ 定理2ガケデアアルが, ソレハ彼等ガ *théorème fondamental* ト名ヅケテ居ルモノノ一部份デアアル。而モソノ *théorème fondamental* ㄧ *indice* が持ツ性質カラ 得ラレル結果ノ一部份 = 過ぎナイコトモ彼等ガ注意シテ耳ル通りデアアル。ソノ *théorème fondamental* ノ 残ツタ部分ハ次ノヤウニ述ベラレル。

定理14. 「定理2ト同ジ假定ノ下ニ次ノ性質ヲ持ツ連続体 Γ が存在スル。 Γ ハ

$$(1) \quad x - F(x, k) = 0$$

ノ解カラ成ル。K = 属スル勝手ナ k ノ値ニ對シテ Γ ハ (x, k) ナル点ヲ含ム、即チ $\Gamma \cap E$ = 平行 = 実軸上 = 射影スレバ K ト一致スル」

此ノ証明ガ臍 = 基チナカッタノデアルガ、ソレハ次ノヤ
 ヲシテ証明サレル。(Leray-Schauder ハ(1)ガ
 $k = k_0$ ノトキ有限個ノ解ヲ持ツトシ、此ノ假定ヲ利用シ
 テ居ルノデアルガ、此ノ假定ハ本質的ナ意味ヲ持タナイ)

(1) ノ解ノ集合ヲ C トスル、C ヲ成分ニ分ケ、ソノ一ツ
 ノ成分 C_i ヲ取レバ、任意ノ正ノ数 ε = 對シテ

$$C_i \subset U_i \subset U_\varepsilon(C_i), \quad U_i' C = 0$$

デアルヤウナ前集合 U_i ガ取レル、但シ $U_\varepsilon(A)$ ハ A カラ ε
 ヨリ小サイ距離 = アル点ノ集合ヲ表ハシ、 U' ハ U ノ縁ヲ
 表ハス。C ハ compact デアルカラ C, 成分 $U_1, \dots, U_m$
 ヲ適當ニ取レバ C ハ $U_1, \dots, U_m$ デ被ハレル。從ツテ

$$U_1 + \dots + U_m \supset C$$

$$C_j \subset U_j \subset U_\varepsilon(C_j), \quad U_j' C = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

トナル、此ノ時更ニ

$$U_j U_k = 0 \quad (j, k = 1, 2, \dots, m; j \neq k)$$

トナルヤウニ出來ル。 $k = \sim$ 定、 $x \in E$ デアルヤウナ点
 (x, k) ノ集合ヲ $E(k)$ デ表ハスコト = スレバ $\partial F(k_0)$
 $= \omega(k_0)$ = 於ケル (1) ノ解ノ indice total ハ 0
 ナリ、ソレハ $U_1 E(k_0), \dots, U_m E(k_0)$ = 於ケル

$indice\ total$ の和 = 等しい。故 = 方程式 (1) の $U, E(k_0) =$ 於ける $indice\ total$ が 0 でないト假定シテヨイ。 $U_1 = \Omega_1, C_1 = \Gamma_1$ ト置キ、正ノ数 ε_1 ヲ取り、 Ω_1, ε_1 カラ出務シテ Ω_1, Γ_1 ヲ求めタト同様 =, Ω_1, ε_1 カラ出務シ = Ω_2, Γ_2 ヲ求めル、又 = 正ノ数 ε_2 ヲ取り同様ノ方法デ Ω_2, ε_2 カラ Ω_3, Γ_3 ヲ求めル。此ノヤウ = シテ続ケテ行ケバ 0 = 収斂スル正ノ数ノ列 $\{\varepsilon_j\}$ が興ヘラレタトキ、次ノ性質ヲ満たス $\{\Omega_j\}, \{\Gamma_j\}$ が求めラレル。

$$\Omega_j \supseteq \Omega_{j+1}, U_\varepsilon(\Gamma_j) \supset \Omega_j \supset \Gamma_j, \Omega_j' C = 0 \\ (j = 1, 2, \dots);$$

Ω_j ハ開集合, Γ_j ハ C ノ部分;

$\Omega_j E(k_0) = \omega_j(k_0) =$ 於ける (1) ノ解, $indice\ total$ ハ 0 でない。

$$\Gamma = \bigcap_{j=1}^{\infty} \overline{\Omega_j} \text{ ト置ケバ } \Gamma \text{ が定理デ述べテキル性質ヲ満}$$

タス連続体トナル。