OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	或ル不等式ニ就テ
Author(s)	野村, 武衛
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 77, p. 25-28
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74265
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

342. 或ル不等式ニ就テ

野村商衛（東京高師）

Journal London Math. Soc. 10 (1935) 242

= H. C. Pocklington が次ノ二ツノ不等式ヲ証明シテ

キル。

コレカラ出ヅル文字 a, k, p, x_i, y_i 等ハ悉ク正数ニシテ且ツ

$$x_1 \geqq x_2 \geqq \cdots\cdots \geqq x_n, \quad y_1 \geqq y_2 \geqq \cdots\cdots \geqq y_n$$

トスル。

〔定理1〕

(1) $\sum_1^n x_r y_r \geqq a^p \qquad \sum_1^n x_r \leqq ka$

ナレバ，$S \geqq k$ ナル正整数 S ニ対シテ少クトモ

(2) $X_S = \sum_1^S x_r \geqq a$

(3) $Y_S = \sum_1^S y_r \geqq a^{p-1}$

ノ何レカ一方ガ成立スル。

〔定理2〕 $P \geqq 2$ ナルトキ

(4) $\sum_1^n x_r^p \geqq a^p \qquad \sum_1^n x_r \leqq ka$

ナレバ，$S \geqq k$ ナル正整数 S ニ対シテハ

(5) $\sum_1^S x_r \geqq a$

Pocklington ノ方法ヲ始ンドソノマンプ之レ等ノ定理ヲ少シ拡張スルコトガ出来ル。定理1ノ a^{p-1} ノ代リニ b ヲ用ヒテ

〔定理3〕

(1') $\sum_1^n x_r y_r \geqq ab \qquad \sum_1^n x_r \leqq ka$

ナレバ，$S \geqq k$ ナル正整数 S ニ對シテ少クトモ

(2′) $X_S = \sum_1^S x_r \geqq a$

(3′) $Y_S = \sum_1^S y_r \geqq b$

ノ何レカ一方ガ成立スル。

(證明)

$$ab \leqq x_1 y_1 + \cdots\cdots + x_n y_n \leqq y_1 X_S + y_S (X_n - X_S)$$
$$\leqq y_1 X_S + y_S (ka - X_S)$$

$$\therefore \quad ab \leqq (y_1 - y_S) X_S + ka y_S$$

$$\therefore \quad (y_1 - y_S)(X_S - a) \geqq ab - ka y_S - a(y_1 - y_S)$$
$$= a\{b - y_1 - (k-1) y_S\}$$

$$\therefore \quad (y_1 - y_S)(X_S - a) \geqq a\{b - y_1 - (S-1) y_S\}$$
$$\geqq a\{b - y_1 - y_2 \cdots\cdots y_S\} = a(b - Y_S)$$

コンデ (2)′, (3)′ ノ何レモ成立セヌトスルト負数ガ正数ヨリ大トナリ不合理ニナル。故ニ (2)′, (3)′ ノ少クトモ一方ハ成立シナケレバナラヌ。

〔定理4〕 $x > 0$ ナルトキ $\varphi(x)$ $\dfrac{\varphi(x)}{x}$ ハ共ニ單調増加デ，$\varphi(x)$ ハ正デ連続トスル。

(4)′ $\sum_1^n x_r \varphi(x_r) \geqq a\varphi(a)$, $\sum_1^n x_r \leqq ka$

ナレバ，$S \geqq k$ ナル正整数 S ニ對シテハ

(5)′ $\sum_1^S x_r \geqq a$

(証明) $\varphi(x_1) \geqq \varphi(x_2) \geqq \cdots\cdots \geqq \varphi(x_n)$ デアルカラ定

理3ニヨッテ

$$\sum_{1}^{s} x_r \geqq a \quad \text{又ハ} \quad \sum_{1}^{s} \varphi(x_r) \geqq \varphi(a)$$

ノ何レカ一方ガ成立スルト云フコトニナル。Cooper ノ不等式ニヨレバ

$$\varphi^{-1}\{\varphi(x_1)+\cdots\cdots+\varphi(x_s)\} \geqq x_1+\cdots\cdots+x_s$$

トナルカラ $\varphi(a) \geqq \sum_{1}^{s} \varphi(x_r)$ ナレバ

$$\varphi^{-1}\{\varphi(a)\} = a \geqq x_1+\cdots\cdots+x_s$$

故ニ何レニシテモ

$$a \geqq \sum_{1}^{s} x_r \qquad \text{(証明終)}$$

コノ定理デ $\varphi(x)=x^p$, $p \geqq 1$ トスレバ定理2ガ得ラレル。