



Title	Komponentengruppe二就テ
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 79, p. 7-13
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74277
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

354. *Komponentengruppe* = 就テ

小 松 醇 郎 (阪大)

Hurewicz , *Homotopiegruppe* , 擴張デアール所

— 7 —

ノ群 G^n ヲ定義スル。Raum ノーツ, Komponent ヲ
 ーツノ元トスルカ故 = Komponentengruppe ト稱ス
 ル。

X : kompakt, metrisch, lokal zusammen-
 menziehbar, zusammenhängend. Urbildbereich
 $\{M_i^n\}$ トシテ n 次元 Sphere S^n 及ビ n 個ノ circle,
 Topologisches Produkt M_i^n 及ビ n 個ノ Verein-
 igung デ生ズル M_i^n ヲトル。Vereinigung トハ
 両方カラ 充分小サナ 單位ヲ取り去リ生ズル Rand S^{n-1} ヲ
 互 = Identifizieren スル。

n ノ abzählbar unendlich, M_i^n ハ各々ノ 間 =
 Grad 1, stetige Abbildung が存在ス。 M_i^n, M_j^n
 デ $i > j$ ナラベソノ abb. ーツ $\mathcal{P}_{ji}$ ヲ決メテオク。
 $\mathcal{P}_{ji}(M_i^n) = M_j^n$. $\mathcal{P}$ ハ尚次ノ 條件ヲ充スヤウ = 選ンデ
 置ク。

$$\mathcal{P}_{ji}(M_i^n) = M_j^n, \quad \mathcal{P}_{kj}(M_j^n) = M_k^n$$

ナラベ

$$\mathcal{P}_{ki}(M_i^n) = \mathcal{P}_{kj} \mathcal{P}_{ji}(M_i^n)$$

Abbildungsraum $X^{M^n}(y_0)$ ヲ次ノ如ク求メル。

1° M_i^n ノ X へノ stetige Abbildung $f(M_i^n)$ ヲ
 ー点トスル。但シ常 = 必ズ $x_{i_0} \in M_i^n$, $f(x_{i_0}) = y_0$ ナル
 モノノミヲトル。

2° $f_1(M_i^n) \cup f_2(M_i^n) \cup \dots$ 距離ハ

$$\overline{\lim_{x \in M_i^n} \rho\{f_1(x), f_2(x)\}} = \rho(f_1, f_2)$$

3° $M_i^n \cup M_j^n \ (i \neq j) \cup \dots$ stetige Abbildung $\neq$
punktweise =

$$f_1(M_i^n) = g_1 \mathcal{G}_{ji}(M_i^n)$$

トナルトキ $f_1 \cup g_1$ トハ等シイ点ヲ表ハス。

4° M_i^n の Orientierung erhaltend + topologische Abbildung T が存在シテ punktweise =

$$f_1(M_i^n) = f_2 T(M_i^n)$$

ナルトキ $f_1 \cup f_2$ トハ等シイ点ヲ表ハス。

以上ノ條件ヲ充ス Abbildungsraum = 就テハ先ツ

a). Metrischer Raum.

3°ノ條件モ矛盾ヲ來サズ、何トナレバ

$$\left. \begin{aligned} f_1(M_i^n) &= f_2 \mathcal{G}_{ji}(M_i^n) \\ g_1(M_i^n) &= g_2 \mathcal{G}_{ji}(M_i^n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

トスレバ $\rho(f_1, g_1) = \rho(f_2, g_2)$ (2°ノ意味デ) デナク

テハナラナイ、ソレハ

M_i^n, M_j^n kompakt, abgeschlossen デアルカラ、

アル $x \in M_i^n$ デ

$$\rho(f_1, g_1) = \rho(f_1(x), g_1(x)).$$

アル $y \in M_j^n$ デ $\mathcal{G}_{ji}(x) = y$ ナル y ガ少クモ一点存在

ス。(1)ハ punktweise デアツタカラ

$$p(f_1(x), g_1(x)) = p(f_2(y), g_2(y))$$

$$\therefore p(f_2, g_2) \geq p(f_1, g_1)$$

逆 = 又 $p(f_2, g_2) = p(f_2(z), g_2(z))$ ナル z が存在シ

$\mathcal{P}_{ji}$ デ z ノ Urbild u シクモ一ツ存在ス。

$$\therefore p(f_1(u), g_1(u)) = p(f_2, g_2)$$

$$\therefore p(f_1, g_1) \geq p(f_2, g_2)$$

4° ノ 條件モ同様 = 矛盾ヲ 生ゼズ。

b) 群 G_j^n .

ソノ タメニハ 空間ノ 点ノ 結合ヲ 定メル、任意ノ 二点 $f_1(M_i^n), f_2(M_j^n) =$ 對シテハ $f_3(M_i^n + M_j^n)$ ヲ 對應サセル、 f_3 ハ M_i^n テハ f_1 ト M_j^n ノ 部テハ f_2 ト一致シ Vereinigung スル S^{n-1} ハ $y_0 =$ 移ル Abbildung トスル。 $f_1, f_2 = f_3$ ト表ハス。

此ノ タメニハ

$$f_1(M_i^n) = g_1 \mathcal{P}_{ki}(M_i^n)$$

$$f_2(M_j^n) = g_2 \mathcal{P}_{lj}(M_j^n)$$

ナラバ $f_1, f_2(M_i^n + M_j^n) = g_1, g_2 \mathcal{P}_T(M_i^n + M_j^n)$ ヲ 充ス如キ topologische Abbildung が 存在シナクテハナラナイ。ソノ タメニハ $\mathcal{P}_{ji}$ ナル Abbildung 7 次ノ モノニ トレバ 良イ、先ヅ

$$\mathcal{P}_{12}(M_2 = M_1 + M_1) = M_1$$

ハーツノ $M_1 \rightarrow x_{10}$, 他方ノ M_1 ノ 部ハ Bild トシテノ $M_1 =$

topologisch = 移 $\nu \in \nu$, $\mathcal{P}_{i-1}, i \in$ 同様 = define
スル。

$$M_i = M_1 + \overset{i}{\text{-----}} + M_1$$

, *Vereinigung* ハ各 M_i ノ部ハ $S_k^{\pi-1}$ = ヨリ他方ト分
レ、斯様 $+i$ 個ノ $S_i^{\pi-1}$ ハ皆、唯一ツノ共通ノ $S^{\pi-2}$ = ヨリ
ニ分サレ、隣レル $S_i^{\pi-1}, S_{i-1}^{\pi-1}$ ハ一ツノ $(\pi-1)$ 次元 *Zelle*
ヲ共有スル様ニトル。

然ラバ $\mathcal{P}_{f,i}$ ハ一点 $x_{f,i} =$ 移 νM_i ノ $i-f$ 個ノ部
ハ皆 "*stark zusammenhängend*" + ルヌ
トル。

スルト $\mathcal{P}(M_i + M_j) = M_k + M_l$ ハ

$i+j-k-l$ 個ノ M_i ノ部一点 = 移 ν 、残り、 $k+l$
個ノ M_i ノ内 *stark Zusammenhängend* + k 個ノ
部ハ $M_k =$, l 個ノ部ハ $M_l =$ *topologisch* = *Abbil-*
den サレル、是ハ實際ニ

$$f_1 f_2 = g_1 g_2 \mathcal{P}$$

ナル條件ヲ充タス。

群 G_f^{π} ハ各 *Komponent* = 一ツノ元ヲ對應サセソノ
結合ハ f_1 ノゾクスル *Komponent* A , f_2 ノゾクスル
Komponent B トスレバ $AB = C$, C ハ $f_1 f_2 = f_3$ ノ
ゾクスル *Komponent*。

トスル。

明 = $f(M_i^n) = \mathcal{U}_0$ ナル f ノゾクスル Komponent
ハ單位元, $f_i(M_j^n)$ ヲ任意 = トレバ *punktweise* =

$$ff_i = f_3(M_i^n + M_j^n) = f_i \varphi(M_i^n + M_j^n)$$

$$\text{但シ } \varphi(M_i^n + M_j^n) = M_j^n.$$

デアレカラ $ff_i = f_i$. 即チ此ノ空間ノ点ノ結合トシテハ f
ハ單位元ノ役目ヲ果スル点ノ結合 = 閉シテハ逆元ノ存在ガ成
立シナイ. Komponentengruppeガ成立スルノハ逆元ガ
存在スルカラデアレ.

即チ M_i^n ノ Orientierung umkehrende topolo-
gische Abbildung ヲ T^{-1} トスレバ

任意ノ $f_i(M_i^n)$ ガゾクスル Komponent ノ元 X = 對
シ X^{-1} ハ $f_i T^{-1}(M_i^n)$ ガゾクスル Komponent ヲ對應サセ
ル. 此ノタメニハ $f_3 = f_i \cdot f_i T^{-1}(M_i^n + M_i^n)$ ガ單位元ノ
Komponent = ゾクスル点ヲ表ハスコトヲ示セバ宜シ.

Vereinigungssphäre S^{n-1} ノ兩側ノ T_i^n ハ互ニ
= 逆向キ = 移ル. コレヲ $f_3(T_i^n) - f_3(S^{n-1} \cdot T_i^n)$ ナル
Bild = stetig = deform スルヲ得. $f_3(T_i^n + T_i^n)$
ノ一種ノ Ausgegevorfahren!

是ヲ続ケレバ $f_3(M_i^n + M_i^n)$ ハ $(n-1)$ 次元 Zyklus
ニツノ Bild $f_3(Z_i^{n-1} + Z_i^{n-1})$ = 移ル. 之レヲ

$f_3'(M_i^n + M_i^n)$ トスレバ適當ナ T ヲトレバ $f_3' T$ ハ

$Z_i^{n-1} + Z_i^{n-1}$ ハ逆向キノ Abbilden トナル. T ハ S^{n-1}

= 關シ rotation um den Winkel 180° .

f_3', f_3' T. デアルカラ又前ト同様 + proceso デ次元
 ヲ又下ゲテ $f_3(z_i^{n-2} + z_i^{n-2}) = stetig = deform$ +
 レル。之レヲ続ケレバ結局 $f_3(z_i' + z_i')$ ナル Bild =
 ナル、之レハ一次元 fundamentalgruppe 1 場合 =
 帰シ結局 f_3 ハ單位元ヲ表ハス Komponent / 点デア
 ツタ。

——以上——

此ノ群ハ一次元ハ Fundamentalgruppe = 一致ス
 ル、又 $X^{S^n}(y_0) \subset X^{\{M_n\}}(y_0)$ デアルカラ Hurewicz /
 n 次元 Homotopiegruppe ハコノ部分群デアル。

G_j^n ハ一級 = Abelsch デハナイ、例容易。