



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | 相対微分幾何ニツイテ                                                                  |
| Author(s)    | 松村, 宗治                                                                      |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1936, 82, p. 8-11                                                |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/74288">https://doi.org/10.18910/74288</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

### 365. 相對微分幾何ニツイテ

松 村 宗 治 (台北大)

相對微分幾何ニツイテハ次ノ關係成立スルコトハ人ノ  
ヨク知ル所デアアル。

$$(1) \quad \frac{dS}{d\sigma} = f = \frac{d\bar{S}(\varphi)}{d\bar{S}(\mu)}$$

詳細ハ日本數學輯報第四卷, p. 59 = 於ケル Lüss 君ノ論文  
参照セラルベシ。

此式 (1) ヲ少シク下ニ取扱フコトニスル、直角座標ヲ用  
ヒル、ソレニシテ

$$(2) \quad \begin{cases} d\bar{S}(\mu) = \sqrt{dx^2 + dy^2} \\ d\bar{S}(\varphi) = \sqrt{du^2 + dv^2} \end{cases}$$

トスルコトが出来ル、卵形線  $\mu$  上ニ一点ヲトレバ  $\varphi$  上ノ点  
が定マル、何トナレバ平行法線が相對應シテオルカラデアアル。

つまり、 $u, v$  は  $x, y$  の函数デアルカラ

$$(3) \quad du = u_x dx + u_y dy$$

トオクヲ得、 $dv$  = ツ イテモ同様デアル。

ソコデ

$$(4) \quad \{d\bar{s}(y)\}^2 = E_{11} dx^2 + 2E_{12} dx dy + E_{22} dy^2$$

トナル、但シ

$$(5) \quad E_{11} = u_x^2 + v_x^2, \text{-----}$$

デアル。

今

$$(6) \quad \bar{s}^2 = R$$

トオクト

$$(7) \quad R = \frac{E_{11} dx^2 + \text{-----}}{dx^2 + dy^2}$$

トナル、 $R = R$  の *Stationary value* を求めん =  $R$  の  
極値 = 向ッテハ下式が成立スル、コノデ  $R$  は  $x, y$  の函数ト  
ミルノデアル。

$$(8) \quad \begin{cases} E_{11} dx + E_{12} dy = R dx, \\ E_{21} dx + E_{22} dy = R dy, \quad (E_{12} = E_{21}) \end{cases}$$

ソコデ (8) 式ヨリ  $dx, dy$  を消去セバ

$$(9) \quad \begin{vmatrix} E_{11} - R & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} - R \end{vmatrix} = 0$$

トナル。つまり  $R$  の二次式が一般ニ得ラルルコトナル、

此、 $R$ 、 $P$ ノ二ツノ根が相異ナルモノトシ、ソレヲ新 $=R, P$ トス  
ルト次ノ關係ヲ (5) ヨリ誘導スルコトが出来ル。

$$(10) \quad dx(P \delta x) + dy(P \delta y) \\ = R(dx \delta x + dy \delta y)$$

或ハ

$$(11) \quad (P-R)(dx \delta x + dy \delta y) = 0$$

ヲ得、 $dx = dx, dy = dy; \delta x, \delta y$  ハ  $R$ 、二次方程式 (9) ノ根  
ニ對應スルモノトスル。

サテ (11) = テ  $P \neq R$  トスルカラ考フルニ方向ハ互ニ垂直  
ニナツテイルコトが分ル。

ツマリ相對的曲率半径ノ極値ヲ與フル方向ハ互ニ垂直デ  
アルコトニナル。

(7) が  $dx, dy$  ヨリ independent ナラバ  $R$  ハ常  
ニ曲線ヨリ無關係ニナル、ツマリ相對的曲率ハ常ニ曲線ヨ  
リ無關係ニナル。

而シテ其必要ニシテ且ツ十カナル條件ハ

$$(12) \quad E_{11} = E_{22} = E, \quad E_{12} = 0$$

トナルコトが分ルノデアリ。

ソレヲ見ルニハ  $dx, dy$  = 特別ノ値ヲ與ヘレバヨイノデ  
アル。

尚ホ (9) = (6) ヲ代入セバ  $P$  ノ四次式が得ラレルカラ相  
對的曲率半径ノ極値ハ一般ニ四ツノ場所ヲ起リ得ルコトニナ  
ル、ソシテ極大、極小が交互ニ存在ス。

尚 (7) を一般 = シテ

$$R = \frac{g_{ik} du^i du^k}{e_{ik} du^i du^k}$$

但シ

$$e_{ik} = \begin{cases} 1, & (i=k) \\ 0, & (i \neq k) \end{cases}$$

ヲ考へルト (9) ハ  $R$  ノ  $n$  次整式 = ナル、ソシテ上ト同様 = イ  
ヘル。