



Title	Totaleナ線状汎函数ノ集合ニツイテ
Author(s)	近藤, 明久
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 83, p. 35-37
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74297
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

374. Totale + 線状汎函数ノ集合 = ツイテ

近 藤 明 久 (東大學生)

平凡ナコトデスカラ既知ノ事カモ知レマセンガ。

E ヲ線状 D 空間、 $\bar{E}$ ヲソノ共軛空間 (*espace conjugué*)
 $A \subseteq \bar{E}$ ナル任意ノ集合 A ヲトリ、 A ヲ含ム $\bar{E}$ 内ノ凡テノ一次
 超限閉集合 (*transfiniment fermé*)ノ共通部分 T
 ヲ假リ = 超限閉被ト名ヅケレバ之レハ A ヲ含ム最小ノ一次超
 限閉集合デ且ツ、

(定理1) A ガ *totale* (*Banach* = ヨル)ナルタメ
 ノ必要條件ハ A ノ超限閉被ガ $\bar{E}$ ト一致スルコトデアル。

(証明) $T \neq \bar{E}$ ナラ $f_0 \in \bar{E} - T$ トスル
 $f_0(x_0) \neq 0$ $f \in T$ = ツキ (即チ $f \in A$ = ツキ) $f(x_0) = 0$
 ナル $x_0 \in E$ ガアルオテ A ハ *totale* デナイ。

逆 = 凡テ、 $f \in A$ = ツキ $f(x_0) = 0$ トスル。

A ノ一次被ヲ Γ ; Γ' ヲ Γ' ノ超限導集合トスル、 ϑ ガ *nombre*
*- limite*ノトキ $\Gamma_{\vartheta} = \sum_{\xi < \vartheta} \Gamma_{\xi}$
 ソウデナイトキ = ハ $\Gamma_{\vartheta} = (\Gamma_{\vartheta-1})_1$ トスル。

Γ が Γ -次集合がカラ

$$\Gamma \subseteq \Gamma_1 \subseteq \Gamma_2 \subseteq \dots$$

$$\xi < \eta \text{ ノ トキ } \Gamma_\xi \subseteq \Gamma_\eta$$

Γ_η は Γ -次集合デアル。

$\Gamma \subseteq T$, 超限閉集合ハ *régulièrement fermé* デアル
コトカラ其ノ超限集積点ヲ含ム。

$$\therefore \Gamma_\eta \subseteq T$$

Element ノ増加ヲ考ヘレバ、アル $\eta = \text{ツキ}$ $\Gamma_\eta = (T_\eta)$,

$$\therefore \Gamma_\eta = T$$

x_0 ハ A ト直交スルカラ $\Gamma, \Gamma_1, \dots, \Gamma_\eta, \dots$ ト直交スル。
故ニ T ト直交スル。

$$\therefore T = \bar{E} \text{ ナラバ } x_0 = 0$$

A ハ *totale* ナル。

(E が *complet* ナ *séparable* ナルトキハ勿論 T ハ Γ -次
弱閉被ヲヨイ)

$M \subseteq E$ ト $A \subseteq \bar{E}$ トが *biorthogonale*

即チ $M = \{a\}$ $A = \{f_a\}$ $f_a(a) \neq 0$ $f_a(a') = 0$ ($a \neq a'$) トスル。

(定理2) A が *totale* トスル。

M が E デ *fondamentale* ナアルタメノ必充條件ハ

$$\prod_{f_a \in A} \prod (A - f_a) = 0$$

コトニ $\prod (A - f_a)$ ハ $A - f_a$ ノ超限閉被トスル。

(証明) M が *fondamentale* トスル。

$$f \in \bigcap [A - f_a] \text{ トスルベ } f(a) = 0$$

$$\therefore f_0 \in \bigcap_{f_a \in A} [A - f_a] \text{ トスルベ}$$

$$M \text{ノ任意ノ要素 } a = \text{對シ } f_0(a) = 0 \quad \therefore f_0 = 0$$

$$\therefore \Pi = 0$$

逆 = $\Pi = 0$ トシテ、 $f_0 \in \bar{E}$ が M ノ全テノ $a = \text{對シ}$
 $f_0(a) = 0$ トスル。

$$f_0 \in \bigcap [\Gamma - f_a] \text{ ナラバ}$$

$$f_0(b) \neq 0 \quad f_{a'}(b) = 0 \quad (a' \neq a) \text{ ナル } b \in E \text{ アリ。}$$

$$f_a(a) \neq 0 \text{ ナル故 } f_a(b) = \lambda f_a(a) \text{ トスル。}$$

$$A \text{ノ任意ノ要素 } f_{a''} = \text{ツキ } f_{a''}(b - \lambda a) = 0$$

$$\therefore b = \lambda a$$

$$f_0(b) = \lambda f_0(a) = 0 \text{ 之ハ不合理}$$

$$\therefore f_0 \in \bigcap [\Gamma - f_a] \quad f_0 \in \Pi \quad \therefore f_0 = 0$$

$$\therefore M \text{ハ } \textit{fondamentale} \text{ トナル。}$$

*同様 = M が *fondamentale* トスルト

A が *totale* ナルヌメノ必充條件ハ

$$\bigcap_{a \in M} [M - a] = 0$$

コゝ = $[M - a]$ ハ $M - a$ ノ $\perp$ 次関被トスル。