



Title	一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, VI
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 84, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74299
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

375. 一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, VI

編 原 満 洲 雄 (北大)

§1. 微分方程式

$$(1) \quad x \frac{dy}{dx} = \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$$

= 於テ $P(x, y)$, $Q(x, y)$ ハ共通ノ因子ヲ含マナイ y ノ整多項式デ、ソノ係数ハ $x=0$ デ正則ナ函数トシ、ソレヲ x, y ノ昇幂 = 整順シテ書イタモノヲ

$$P(x, y) = a_0(x) + a_1(x)y + \dots + a_p(x)y^p$$

$$Q(x, y) = b_0(x) + b_1(x)y + \dots + b_q(x)y^q$$

$$a_j(x) = a_j x^{m_j} + \dots \quad (a_j \neq 0)$$

$$b_k(x) = b_k x^{n_k} + \dots \quad (b_k \neq 0)$$

トスル。

$$m_j - jp \quad (j = 0, 1, \dots, p)$$

ノ中 = 最小ノモノガ少クトモニツアル場合 = p $\Rightarrow$ P -order,

$$n_k - (k+1)p \quad (k = 0, 1, \dots, q)$$

ノ中 = 最小ノモノガ少クトモニツアル場合 = p $\Rightarrow$ Q -order,

此等 $(p+q+2)$ 個ノ数ノ中 = 最小ノモノガ少クトモニツアル場合 = p $\Rightarrow$ R -order ト名ツケ, (IV) = 於テ P が P -order デモ, Q -order デモ, R -order デモナイ時ヲ調べタ, 次 = (V) デ P が Q -order デモ R -order デモナイ P -order デアル場合ヲ調べテ, ソ

ノ様ナ order, 存在ハ大勢ニ影響ガナイコトヲ確メタ、
ソレニ較ベルト P -order デモ R -order デモナイ Q -
order = 於ケル様子ヲ調べルコトハ稍々面倒デアアル。

以下コノ場合ニツイテ簡單ニ述ベヨウ。

§2. P 7 P -order デモ, R -order デモナイ
 Q -order デアルトスル。

$$\min \{m_j - j\rho\} = m_\alpha - \alpha\rho$$

$$\min \{n_k - (k+1)\rho\} = n_\beta - (\beta+1)\rho,$$

$$n_{\beta'} - (\beta'+1)\rho, \dots\dots\dots$$

トスル。 α ハ唯一ツ, $\beta, \beta', \dots\dots\dots$ ハ少クトモニツアリ,

$$\sigma = \beta - \alpha + 1, \quad m_\alpha - n_\beta = \mu$$

ト置ケバ $\mu + \sigma\rho < 0$ デアル。故ニ $y = x^{-\rho}$ ト置イテ得
ラレルズノ方程式

$$(2) \quad x \frac{dz}{dx} = \frac{P_1(x, z)}{Q_1(x, z)}$$

ノ主ナ部カカラ成ル方程式ハ

$$(3) \quad x \frac{dz}{dx} = x^{\mu + \sigma\rho} \frac{a_\alpha z^\alpha}{\sum' b_k z^k}$$

デアアル、但シ $\sum'$ ハ $k = \beta, \beta', \dots\dots\dots$ = 関スル和ヲ表ハス、
此ノ方程式ノ形カラ次ノ五ツノ場合ヲ區別スル必要ガアル。

1° 總テノ β ガ $\alpha - 1$ ヨリ大キイ。

2° 總テノ β ガ $\alpha - 1$ ヨリ小サイ。

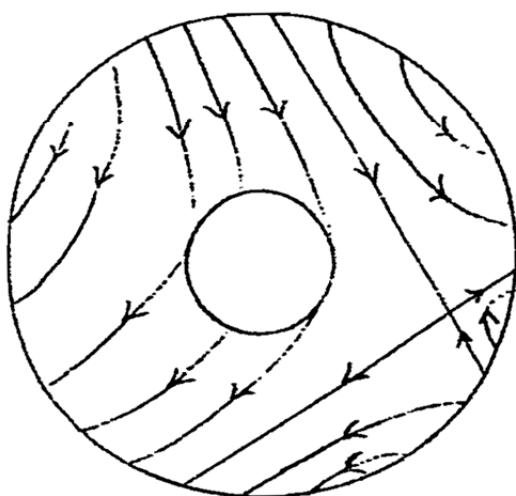
3° $\alpha - 1$ = 等シイ β ガ存在シ、其ノ他、 β ハ $\alpha - 1$ ヨ

り大キイ。

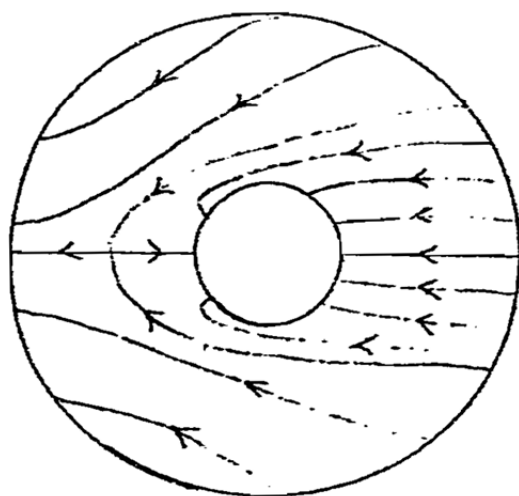
4° $\alpha - 1 =$ 等シイ β が存在シ、其他、 β ハ $\alpha - 1$ ヨリ
小サイ。

5° $\alpha - 1$ ヨリ大キナ β モ小サイ β モ共ニ存在スル。

1° ト 2°, 3° ト 4° ハ 又 $\frac{1}{2}$ デ置換ヘルコトニヨリー方カ
テ他ヘ移ルカラ本質的ニ異ルノハ三ツデアル。

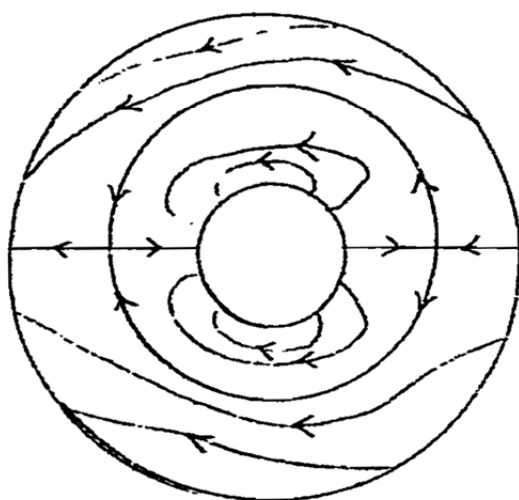


第 1 圖



第 2 圖

正ノ数 ε カ十餘ニ小サケ
レバ $\rho \pm \varepsilon$ ハ P -order デ
モ, Q -order デモ,
 R -order デモナイカラ
(IV) デ述べタ所ニヨリ、ソコ
ニ於ケル型ヲ決定スルコトガ
出来ル。ソノ結果



第 3 圖

1° $\rho \pm \varepsilon$ ニ於テ B' 型

3° $\rho + \varepsilon$ ニ於テ B' 型, $\rho - \varepsilon$ ニ於テハ A 型 又ハ A' 型,

且 $R(a_\alpha/b_{\alpha-1}) \neq 0$ トスル。

5° $\rho + \varepsilon =$ 於テ B' 型, $\rho - \varepsilon =$ 於テ B 型。

又、描ク曲線が第1圖ノヤウ=ナレバ 1°ノ場合、

第2圖ノヤウ=ナレバ 3°ノ場合、第3圖ノヤウ=ナレバ 5°ノ場合デアル、夫ハ x ノ減少スル方向ヲ示スモノデ、第2圖ハ $\rho - \varepsilon =$ 於テ A 型トナル場合ヲ示シ、ソコニ於ケル夫ノ方向ヲ逆=スレバ $\rho - \varepsilon =$ 於テ A' 型ノ場合ヲ得ル。

§ 3. (2), (3)ヲ比較スルニハ方程式

$$(4) \quad \sum' b_k x^k = 0$$

ノ根ノ近傍ヲ驗カナケレバナラナイ、ソノーツノ根ヲ α トシタトキ、 α ノ近傍ヲ語ベルニハ $u = \alpha - \alpha$ ナル置換ヲ行ツテ得ラレル u ノ方程式が更ニ負ノ Q -order ρ ヲ持テバ $u = x^{-\rho} v$ ナル置換ヲ行ヒ v ニ關スル方程式ヲ作レバ、ソレニ對シテ §2ノ結果ガソノママ使ヘル、而モソノ時ニ起リ得ル場合ハ 1°ガケデアル。(4)ニ相當スル v ノ方程式

$$(5) \quad \sum' \bar{b}_k v^k = 0$$

ガ 0デナイ根 v_1 ヲ持テバ $w = v - v_1$ ト置ク、コノヤウニシテ進ンダ行ケバ最後ニ達スル方程式

$$x \frac{dY}{dx} = x^{-\lambda} \frac{P_2(x, Y)}{Q_2(x, Y)} \quad (\lambda > 0)$$

= 於テハ

$$P_2(0, 0) \neq 0,$$

$$Q_2(x, Y) = B_\nu(x) Y^\nu + B_{\nu+1}(x) Y^{\nu+1} + \dots$$

$$B_\nu(0) \neq 0$$

トナル、ソコデ $Y^{\nu+1} = Z$ ト置き、 Z の方程式ヲ作レバ
 $Z=0$ の近傍デ比較定理が使ヘルカラ (右辺ガ Z の多価函数
 トナルコトハ邪魔 = ナラナイ) $Z=0$ の近傍 = 於ケル解ノ様
 子ガ分ル。コノマウ = シテ P -order デモ R -order デ
 モ +1 Q -order ハ片ガ附ク。

以上、考察カラ分ル重要ナ事柄ハ

「 P が R -order デナケレバ、初期条件

$$x_0^{-P+\varepsilon} < |y(x_0)| < x_0^{-P-\varepsilon} \quad (\varepsilon, x_0 > 0)$$

ヲ満足スル (1) ノ解ハ必ズ $0, x_0$ ノ間、或 x デ

$$|y(x)| = x^{-P+\varepsilon} \quad \text{又ハ} \quad |y(x)| = x^{-P-\varepsilon}$$

トナル」 ト云フコトデアアル。故 = 「勝手ナ正ノ数 ε = 對シ
 テ $x \rightarrow +0$ ノトキ

$$(6) \quad x^{-P+\varepsilon} < |y(x)| < x^{-P-\varepsilon}$$

ガ成立スルナラバ P ハ R -order デナケレバナラナイ」

併シ 「(1) ノ勝手ナ解 $y(x)$ ヲ取ツタトキ (6) ガ成立ス
 ルマウナ P が存在スル」 ト言ヘルデアラシカ?

ソレガ証明サレタラ彼岸ハ近イノデアアルガ、今マデノ結
 果ガケデハ未ダ十分デナイ、差當ツテコレヲ目標トシテ進マ
 ン。