



Title	Borelノ意味ノ除外値卜漸近値
Author(s)	津村, 善郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 86, p. 1-3
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74305
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

380. Borelノ意味ノ例外値ト漸近値

津村善郎(東大)

詰マラスコトデスガ、Borelノ意味ノ例外値が漸近値
ニナラス例ヲ作ツテ見タイト思ヒマス。此ノ函数ハ order
が任意ニ作れます。之レハ勿論 Nevanlinnaノ意味デ例
外値ニナリマセン、即チ défant が 0 デス。Borelノ意
味ノ例外値デ défantノ 0 トナル例ヲイクラデモ示シ得ル
コトハ Valironノ既ニ述ベテキル所デス。以下 Valiron
ノ Lectures on the general theory of integral
funct.ノ記号ニ従ツテ

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots$$

ヲ整函数トシ

$$M(r) = \max_{|z|=r} |f(z)|$$

$$m(r) = \max |a_n| r^n$$

トスレバ

Lemma 1. (Valiron) 有限次ノ整函数ニ對シテハ、充分
大キナ $r = r_0$ 對シテ

$$m(r) < M(r) \leq m(r) r^k$$

之カラ直チニ次ノコトが出テ來マス。

Lemma 2. $f(z)$ ノ order が ρ ナルタメノ必要且充分
ノ條件ハ、任意ノ $\varepsilon > 0$ ニ對シ

$$\overline{\lim} n^{\frac{1}{p} + \varepsilon} |a_n|^{\frac{1}{n}} = \infty$$

$$\lim n^{\frac{1}{p} - \varepsilon} |a_n|^{\frac{1}{n}} = 0$$

(例へば Bieberbach; Lehrbuch der Funkt. Bd. II)

次の如き函数を作つて見ます。(例へば order を 1 とシテ)

$$g(z) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left(\frac{z}{n_{\lambda}} \right)^{n_{\lambda}} \quad n_{\lambda+1} = n_{\lambda}^3, \quad n_1 = 2$$

之は Lemma 2 より order 1. 又 Lemma 1 より

$$(1) \quad \frac{n_{\lambda}}{e} < r < n_{\lambda}$$

を對シテハ

$$(2) \quad |g(z)| < e^{r^{\frac{1}{3} + \varepsilon}}$$

又 $h(z)$ を order $\frac{2}{5}$ ($\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$) の整函数 = テン

の零点が

$$\frac{n_{\lambda}}{e} - 1 < |z| < n_{\lambda} + 1$$

ナル anneaux の suite の中 = ナイ様 = 作りマスト、

Wiman の定理、正確ナ形ヨリ、(1) ナル anneaux の suite の中デハ

$$(3) \quad |h(z)| > e^{r^{\frac{2}{5} - \varepsilon}}$$

ヨリテ (2) ト (3) ヨリ (1) の中デハ

$$f(z) \equiv \frac{g(z)}{h(z)}$$

ハ *uniformément* = 0 = 収斂シマス。 $f(z)$, *pole* ,
ordre réel ハ $2/5$ デスカラ、 $f(z)$ ハ 求メル函数デア
リマス。

整函数 (*order* $< +\infty$) , *Borel* , 例外値ハ漸近値=
ナルコトハ既ニ証明済ミデアリマス。