



Title	Quasi-metric Space ニ就イテ
Author(s)	角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 87, p. 11-14
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74310
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

385. *Quasi-metric Space* = 就イテ

角 谷 静 夫 (阪大)

空間 R ノ 任意ノ二点 x, y = 對シテ x ヨリ y へ, *dis-*

— 11 —

tance x, y 及び y, x ヨリ x へ, distance y, x が定義サレテコレが

$$i) \quad x, y \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x, y = 0 \text{ 及び } y, x = 0 \text{ が同時成立スル} \\ \text{ノハ } x = y \text{ ナルトキ且 } x, y \text{ ノ時 = 限ル。} \end{array} \right\}$$

$$ii) \quad x, y + y, z \geq x, z$$

ヲ満足スルトキ R ハ quasi-metric デアルト云フ。

$x, y = y, x$ ハ必ずしも満足サレテキル必要ハナイ。($x, y = y, x$ が常 = 満足サレテ居レバ R ハ metric space = ナル。)

quasi-metric space ハ Wilson (American Journ. of Math. 1931) = ヨツテ研究サレタ。

Wilson ハ quasi-metric space ノ一例トシテ,

metric space R^* (コレ = 属スル二点 a, b ノ距離ハ

$\rho(a, b) =$ テ與ヘラレルモノトスル) = 於ケル閉集合ヲ

element トスル空間 = 於テニツノ閉集合 $A, B =$ 對シテ A

ヨリ B へノ距離 AB ヲ

$$AB = \text{upper bound} \left\{ \text{lower bound } \rho(a, b) \right\} \quad (1)$$

$b \in B \qquad a \in A$

= ヨツテ定義スレバヨイコトヲ示シテキル。($A, B =$ ハ共通

点ガアツテモヨイ。又 $AB = 0$ トナルノハ $B \subseteq A$ ナルトキ且

ソノ時 = 限ル。故 = $AB = BA = 0$ トナルノハ $A = B$ ナルト

キ、且ソノ時 = 限ル。)

次 = コノ逆ガ成立スルコトヲ証明スル。即チ次ノ定理ガ成立スルコトヲ証明スル。

定理 空間 R が *quasi-metric* デアレバ *metric space* R^* ヲ適當ニ定メテ $R^* =$ 於ケル閉集合ヲ *element* トスル空間 $= (1) =$ ヨリ *quasi-metrics* ヲ導入シタニ
 1 が R ト *iso-(quasi)-metric* ニナルヤウニスルコ
 トが出來ル。

シカモ R^* トシテ $R \times R =$ 於イテ定義サレタ実数值ノ
 函数 $f(\xi, \eta)$ ($\xi, \eta \in R$) ヲ *element* トスル空間ヲ
 考ヘ、コレニ属スル $f_1, f_2 =$ 對シテ距離 $\rho(f_1, f_2)$ ヲ

$$\rho(f_1, f_2) = \text{upper bound}_{\xi, \eta \in R} |f_1(\xi, \eta) - f_2(\xi, \eta)|$$

$=$ ヨツテ定義シ $R =$ 属スル一 $x =$ 對應スル R^* ノ閉集合
 トシテスベテノ $\xi, \eta =$ 對シテ

$$-\xi x \leq f(\xi, \eta) \leq \eta x$$

ヲ満足スルアラユル函数 $f(\xi, \eta)$ ノ集合 F_x ヲトレバヨ
 イ。

証明. F_x が閉集合デアルコトハ明カデアルカラ

$$xy = \text{upper bound}_{f_2 \in F_y} \{ \text{lower bound}_{f_1 \in F_x} \rho(f_1, f_2) \}$$

トナルコトヲ証明スレバヨイ。

$f_2 \in F_y$ ヲ $F_y =$ 属スル任意ノ函数トスレバ任意ノ ξ, η
 $=$ 對シテ

$$-\xi y \leq f_2(\xi, \eta) \leq \eta y$$

デアリ且ツ

$$\eta y - \eta x \leq xy, \quad \xi y - \xi x \leq xy$$

デアルカラ $f_1(\xi, \eta)$ を適當ニ定義シテ

$$-\xi x \leq f_1(\xi, \eta) \leq \eta x$$

ニテ

$$|f_1(\xi, \eta) - f_2(\xi, \eta)| \leq xy$$

トナル如クスルコトが出来ル。ヨツテ

$$\text{lower bound } P(f_1, f_2) \leq xy$$

然ルニ $R \times R$ ノ点 $(y, x) =$ 於テ $f(y, x) = xy$ トナル如キ

$\mathbb{F}_y$ ノ函数 $f_2(\xi, \eta)$ ヲトレバ $\mathbb{F}_x =$ 属スル任意ノ函数 $f_1(\xi, \eta) =$ 對シテ

$$-yx \leq f_1(y, x) \leq 0$$

デアルカラ $P(f_1, f_2) \geq xy$.

コレヨリ、コノ $f_2 =$ 對シテハ

$$\text{lower bound } P(f_1, f_2) \geq xy \\ f_1 \in \mathbb{F}_x$$

ヨツテ結局

$$xy = \text{upper bound} \left\{ \text{lower bound } P(f_1, f_2) \right\} \\ f_2 \in \mathbb{F}_y \quad f_1 \in \mathbb{F}_x$$

トナル。