



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Linear Operationニツイテ（Ⅱ）                                                     |
| Author(s)    | 泉，信一；北川，敏男                                                                  |
| Citation     | 全国紙上数学談話会．1936，90，p. 5-9                                                    |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/74323">https://doi.org/10.18910/74323</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 398. *Linear Operation* = ツイテ (II)

泉 信 一 (東北大)

北 川 敏 男 (阪 大)

本論文ノ目的ハ  $(-\infty, \infty)$  = 於テ定義サレタ函数ノ或ル  
空間ヲ定義サレタ *linear* ナ且ツ *translation* ト可換ナ

の operation の一般ノ形ヲ求めルコトデアル。

1.  $(F_K)$   $\gamma (-\infty, \infty) =$  於テ定義サレタ函数ノ空間デ,  
各々ノ  $f \in (F_K) =$  對シテ

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|f(x)|}{1+|x|^K} dx < \infty$$

トスル, 更ニ  $K(\xi) \gamma (-\infty, \infty) =$  於テ定義セラレタ函数ト  
シ, 且ツ

$$|K(\xi)| \leq \frac{A}{1+|\xi|^K}, \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) d\xi = 1$$

トスル. 然ルトキ

$$f_{\lambda}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x + \frac{\xi}{\lambda}) K(\xi) d\xi \quad (1)$$

が存在スル。

Bochner = ヲリ

$$f(x) = (K) \lim_{\lambda \rightarrow \infty} f_{\lambda}(x) \quad (2)$$

コノ式ノ意味ハ

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|f_{\lambda}(x) - f(x)|}{1+|x|^K} dx = 0^{(1)}$$

今

$$\|f\| = \|f(x)\| = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|f(x)|}{1+|x|^K} dx$$

(1) Bochner. *Fouriersche Integrale*. Izumi, *On the generalized Fourier Integrals, I*, 東北大学理科報告, 1934, Lemma に参照.

トオクトキ,  $(F_K)$  は Banach, 意味 = 於ケル *normalized space* = ナル.<sup>(1)</sup>

従ッテ  $(K)$  l.m. ナル limit ハ空間  $(F_K)$  = オケル距離 = 關スル limit = ナル.

2. 次 = 各々,  $f(x) \in (F_K)$  ヲ  $g(x) \in (F_K)$  = 変換スル *linear translatable operation*

$$g(x) = \Lambda(f(x)) = \Lambda\{x, f(t)\}$$

ヲ考ヘル.  $\Lambda f$  が更 = 次ノニツノ條件ヲ満足スルトスル. 乃チ

條件 1° 任意ノ  $f \in E$  及ビ殆ンドスベテノ  $t$  = 對シテ

$$|\Lambda\{t, f(x)\}| \leq G |f(t)|$$

トナル様ナ  $G > 0$  が存在スル.

(1)  $K > 1$  ノトキ  $(F_K)$  は *normalized* ナアレノミナラズ, *type (B)* ノ *space* = ナル. 何トナレバ

$$\lim_{n, n \rightarrow \infty} \|f_n - f\| = \lim_{n, n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|f_n(x) - f(x)|}{1 + |x|^K} dx = 0.$$

トナルトキ,  $\{f_n(x)\}$  は convergent in measure ナアレ.

故 = 任意ノ  $\varepsilon > 0$  = 對シテ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} m E_\varepsilon = \lim_{n \rightarrow \infty} m \int_E (|f_n(x) - f(x)| > \varepsilon) = 0$$

トナル様ナ  $f(x) \in (F_K)$  が存在スル. カナル  $f(x)$  = 對シテ

$$\|f_n - f\| \leq \varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|f_n(x) - f(x)|}{1 + |x|^K} dx + \int_{E_\varepsilon} \frac{|f_n(x) - f(x)|}{1 + |x|^K} dx$$

故 =  $\|f_n - f\| \rightarrow 0$ .

故 =  $(F_K)$  は *complete* ナアレ.

條件 2°.  $\Lambda\{x, \mathbb{E}(-\lambda t)\} = \angle_{\lambda}(x)$  トオクトキ

$$|\angle_{\lambda}(x)| \leq \frac{A}{1+|x|^k}$$

コゝニ、 $A$  ハ  $\lambda =$  ダケ關係スルモノトスル。

3. 次ニカゝル  $\Lambda f$  ノ一般ノ形ヲ求メヨウ。

$\Lambda f$  ハ (上述ノ意味デ) *linear* デアリ、*bounded* デアルカラ。(2) カラ

$$\Lambda f = (k) \text{ l. i. m. } \Lambda f_{\lambda} \quad (3)$$

$\lambda \rightarrow \infty$

然ルニ、(1) カラ

$$\begin{aligned} \Lambda f_{\lambda} &= \Lambda\{x, f_{\lambda}(t)\} \\ &= \Lambda\left\{x, \int_{-\infty}^{\infty} f\left(t + \frac{\xi}{\lambda}\right) \mathbb{E}(\xi) d\xi\right\} \\ &= \Lambda\left\{x, \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \mathbb{E}(\lambda(\eta-t)) d\eta\right\} \end{aligned}$$

今、殆ンドスベテノ  $t =$  對シテ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(\eta) \mathbb{E}(\lambda(\eta-t)) d\eta = \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \mathbb{E}(\lambda(\eta-t)) d\eta$$

ナルモノヲ *step-function* , *sequence*  $\{f_n(\eta)\}$  ヲ  
トルトキ條件 1° カラ

$$\Lambda\left\{x, \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \mathbb{E}(\lambda(\eta-t)) d\eta\right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \Lambda\left\{x, \int_{-\infty}^{\infty} f_n(\eta) \mathbb{E}(\lambda(\eta-t)) d\eta\right\}$$

ガ殆ンドスベテノ  $x =$  對シテ成立スル。然ルニ  $f_n(\eta)$  ハ  
*step-function* デアルカラ條件 1° 及ビ 2° 及ビ (I) ,  
定理 2 カラ  $\Lambda$  ト *integration* トノ順序ヲ交換出來テ

$$\Lambda f_{\lambda} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \Lambda \{x, \mathbb{E}(\lambda(\eta-t))\} d\eta$$

然 $\nu = \Lambda f$  は *translatable* ナルカ $\bar{\nu}$ ,

$$\begin{aligned} \Lambda \{x, \mathbb{E}(\lambda(\eta-t))\} &= \Lambda \left( \mathbb{E}(\lambda(\eta-t)) \right) \\ &= \Lambda \left( T_{\lambda\eta} \mathbb{E}(-\lambda t) \right) \\ &= T_{\lambda\eta} \Lambda \left( \mathbb{E}(-\lambda t) \right) = \angle_{\lambda}(x + \lambda\eta). \end{aligned}$$

但 $\bar{\nu}$ ,  $\nu = T_a$  ハ  $f(x)$  カ $\bar{\nu}$   $f(x+a)$  ナ $\bar{\nu}$  Operation  
即チ *translation* ナ $\bar{\nu}$  表ハス。

故 $\bar{\nu}$

$$\Lambda f_{\lambda} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \angle_{\lambda}(x + \lambda\eta) d\eta$$

故 $\bar{\nu}$  (3) カ $\bar{\nu}$

$$\Lambda f(x) = (k) \text{ l.m. } \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \angle_{\lambda}(x + \lambda\eta) d\eta.$$

之 $\bar{\nu}$  即チ 求ムル一様分布ナル。