



Title	相対微分幾何ニツイテ
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 90, p. 18-22
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74326
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

401. 相對微分幾何 = ツイテ

松 村 宗 治 (台北大)

(I) 平面ノ場合ニ R - Krümmungsradius が一定
ナラバ普通ノ記法ニヨリ

$$(1) \quad \frac{p(\theta) + p''(\theta)}{P(\theta) + P''(\theta)} = \kappa, \quad (\kappa = \text{const.})$$

ヨリ

$$(2) \quad \Phi(\theta) + \Phi''(\theta) = 0$$

ヲ得、但シ

$$(3) \quad \Phi(\theta) = p(\theta) - K P(\theta)$$

$$(3) \text{ヨリ } \Phi(\theta) = 0 \text{ヲウベク 結局 } \frac{p(\theta)}{P(\theta)} = K \text{トナル。}$$

以上ノ逆ニ成立スルカラ次ノコトが分ル。R-Abstand
が一定ナラバ R.-Krümmungsradius ハ一定デアリ 其
ノ逆モ亦成立スル。

(II) 几个ノ函数ノ一組ノ相對微分幾何ヲ考究スルニハ

$$r = \int_0^1 \frac{\varphi}{\psi} dx = \frac{\varphi}{\psi}$$

ニテ r ヲ定義スルトヨイト思フ。コゝニ φ ハ φ ノ ψ ニ關スル
相對的距離デアル。

從ツテ

$$\int_0^1 \frac{\varphi}{\psi} dx = \frac{\varphi}{\psi} = \text{const.}$$

ハ相對的球ヲ表ハス。

尚スニ例ヘバ *Annals of Math.* 27, p. 495ニ於
ケル Ingoldノ論文ヲ参照シテ此ノ場合ニ於ケル相對微分
幾何ノ諸公式ヲ誘導スルコトハ興味アル問題デアル。

(III) 前ニモ考ヘタ

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial u \partial v} - \frac{\partial \log \sin w}{\partial v} \frac{\partial \psi}{\partial u} - \frac{\partial \log \cos w}{\partial u} \frac{\partial \psi}{\partial v} = 0$$

ヲ考ヘル。今

$$\xi = \frac{\partial \psi}{\partial u} / \log \sin w, \quad \eta = \frac{\partial \psi}{\partial v} / \log \cos w,$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial v} = \left\{ \frac{\partial (\log \cos w)}{\partial u} / \log \sin w \right\} \eta,$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial u} = \left\{ \frac{\partial (\log \sin w)}{\partial v} / \log \cos w \right\} \xi.$$

トオケバ

$$(2) \quad \gamma = \frac{\int \xi \cdot \log \sin w \, du + \eta \cdot \log \cos w \, dv + C_1}{\int \xi \cdot \log \sin w \, du + \eta \cdot \log \cos w \, dv + C_2}$$

トナル。コゝ = C_i ハ常数デアリ、 γ ハ相對的距離デアル。

但シ A -surface ノ他、 A -surface = 關スル相對微分幾何ヲ考ヘルノデアル。

此ノ場合、相對的球ノ式ハ上ノ ρ ヲ定数ニ等シトオケバヨイ。

今 $u = \text{const.}$, $v = \text{const.}$ ヲ ψ 表面ノ曲率曲線トセバ

$$(3) \quad \frac{\partial (\log \sin w)}{\partial v} = \frac{\partial (\log \sqrt{E})}{\partial v},$$

$$(4) \quad \frac{\partial (\log \cos w)}{\partial u} = \frac{\partial (\log \sqrt{G})}{\partial u}.$$

トナルヲ以テ

$$\sin w = \sqrt{E} U, \quad \cos w = \sqrt{G} V$$

トナリ

$$I = EU^2 + GV^2$$

が成リ立ツ。

コゝ = U, V ハソレゾレ u 及ビ v ノミノ函数デアル。

媒入曲線が曲率曲線デナケレバ (3), (4) ノ代リ =

$$(5) \quad \frac{\partial (\log \sin w)}{\partial v} = \frac{G \frac{\partial E}{\partial v} - F \frac{\partial G}{\partial u}}{2H^2}$$

$$(6) \quad \frac{\partial (\log \cos w)}{\partial u} = \frac{E \frac{\partial G}{\partial u} - F \frac{\partial E}{\partial v}}{2H^2}$$

ヲ考ヘルトヨイ。コゝ = E, F, G ハ ψ 表面ノ第一基本量デア

リ $H^2 = EG - F^2$ デアル。

(5), (6) カラ

$$\left[\exp. \left\{ \int \frac{G \frac{\partial E}{\partial v} - F \frac{\partial G}{\partial u}}{2H^2} dv + U \right\} \right]^2 \\ + \left[\exp. \left\{ \int \frac{E \frac{\partial G}{\partial u} - F \frac{\partial E}{\partial v}}{2H^2} du + V \right\} \right]^2 = 1$$

ヲ得ベシ。

(IV) 平面上ニツノ卵形線 C, C^* ガアツテ C ハ C^* ノ内部ニ在ルモノトスル。

C 上ノ各点ヲ C^* 上ノ各点ニ相對應セシメル。サテ C 上ノ O 点ハ C^* 上ノ O^* 点ニ對應スルモノトシ今 P, P^* ヲ夫々 C 及ビ C^* 上ニトリ

$$OP = O^*P^* = S$$

ナラシム、但シ OP, O^*P^* ハソレゾレ C 及ビ C^* ノ弧ノ長サデソレガ S = 相等シイトスル。

又 $\overline{PP^*} = 0$ トスル、而シテ

$$K(C, C^*) = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{2\sigma}{S^2}$$

ヲ以テ C 及ビ C^* ノ相對的曲率ト定義スルトヨイト思フ。

ソウスルト普通ノ記法ニヨリ

$$K^2 = g_{mn} (k^m - k^{*m})(k^n - k^{*n})$$

ヲ得ベシ。