



Title	特殊ナガロア体ノ構成ニ就テ（Ⅱ）
Author(s)	淡中, 忠郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 91, p. 13-18
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74330
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

405. 特殊ナ ガロア 体ノ構成ニ就テ (II)

淡 中 忠 郎 (東北大)

§3. 前回ノ §2 デ残ツヌ部分ヲ証明スル。

K_1 ノ *Primideal* スルハ次ノ四種類ニ分ケラレル。

- A. K_1 / k デ非分岐, K_2 / K_1 デ分岐
- B. K_1 / k デ分岐, K_2 / K_1 デ非分岐
- C. K_1 / k デ分岐, K_2 / K_1 デ分岐
- D. K_1 / k デ非分岐, K_2 / K_1 デ非分岐

$$\gamma = \alpha^\lambda \cdot \zeta, \quad p/\lambda \quad (\lambda \neq 0) \quad \text{トスル.}$$

サスレバ (以後 α, β 等ハ K_1 ノ *Primideal*)

$$\alpha \sim \beta, \quad \beta \neq p$$

β ハ *Grad* 1 デ $K_1/\mathbb{Q} =$ 於テ非分岐

$$\zeta \equiv 1 \pmod{\beta}$$

ナル β ヲエラビ $\frac{\beta}{\alpha} = (\alpha)$ ノ トキ

$$\gamma' = \gamma \alpha^\lambda$$

ナル置換が許サレル.

$$\gamma' = \beta^\lambda \cdot \zeta$$

即チ上ノ様ナ β ノ存在が示サレレバ p/λ ノマウ + λ ヲ除イテ D ノ種類ノ *Primideal* モシクハ定理 1 = 於ケル Q ト同ジ性質ヲモツ *Primideal* β がハイル様 = スルコトが出来ル.

(2) 實際 = 上ノ様ナ β が存在スルコトハ次ノ如クシテナル.

先ヅ $\overline{K}_1$ (K_1 ノ *absoluter Klassenkörper*) ト $K_1(e^{\frac{2\pi i}{p^{f+1}}})$ が K_1 ヲ *Durchschnitt* = 持ツトシテモヨイコトハ K_1 ヲ作ルトキ $R(e^{\frac{2\pi i}{p^{f+1}}}) = R(\zeta_{p^{f+1}})/R$ デ *vollverzweigen* スル *Primideal* が $K_1/\mathbb{Q}$ デ非分岐ノ如ク作レルコトカラ明カデアル. $\overline{K}_1 \cdot K_1(\zeta_{p^{f+1}}) / K_1 =$ 對スル *Idealklassengruppe* ヲ考察スルコト = ヨツテ

$$\alpha \sim \beta, \quad \beta \neq p$$

$\mathfrak{p}$ / Grad 1.

$\mathfrak{p}$ は $K_1(\zeta_{f+1})$ で *vollgerfallend*

となる $\mathfrak{p}$ の存在が出来る。

$$\zeta = \zeta_{f+1}^{p^f}$$

$$\therefore \zeta \equiv 1 \pmod{\mathfrak{p}} \quad (\mathfrak{p}/\mathfrak{p} \text{ in } K_1(\zeta_{f+1}))$$

$\mathfrak{p}$ は K_1 = 對して一次

$$\therefore \zeta \equiv 1 \pmod{\mathfrak{p}} \text{ in } K_1$$

今度ハ $\gamma = \alpha^\lambda \in \mathbb{F}_p$ $p \nmid \lambda$ とスル。 α は A 及び C の何れカノ *type* デアル。

(3) A の *type* である α を考へル。即チ

$$\gamma = \alpha^\lambda \in \mathbb{F}_p, \quad p \nmid \lambda$$

α は $K_1/\mathbb{F}_p$ で非分岐

$K_1/\mathbb{F}_p$ = 終ケル α の *Konjugierte* 7 $\alpha', \alpha'', \dots$

$$\gamma = \alpha^\lambda \alpha'^{\lambda'} \dots \in \mathbb{F}_p$$

$$\gamma^{\sigma^{-1}} = \sigma_\alpha^p$$

$$\alpha' = \alpha^\sigma \text{ とスル}$$

$$\gamma^\sigma = \alpha'^\lambda \alpha'^{\sigma \lambda'} \dots \in \mathbb{F}_p$$

$$\gamma^{\sigma^{-1}} = \alpha'^{\lambda - \lambda'} \dots = \sigma_\alpha^p$$

$$\therefore \lambda - \lambda' \equiv 0 \pmod{p}$$

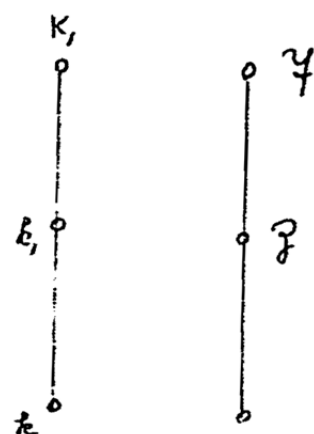
$$\therefore \gamma = (\alpha^\lambda \alpha' \alpha'' \dots)^\lambda \in \mathbb{F}_p$$

ノ形デアル。(コノ $\mathbb{F}_p$ 前面ノ $\mathbb{F}_p$ トハ異ナル)

$$\alpha_0 = \alpha \alpha' \alpha'' \dots$$

ト置ク。之ハ基礎体 k , Ideal $\mathfrak{A}$ アル。 $k_1 \supset K_1$ ノ中
 デノル。 $Zerlegungskörper$ トス
 ル。 $K_1/k =$ 於テ 非分岐カラ K_1/k_1
 ハ *zyklisch* $\mathfrak{A}$ アル。 ($K_1 =$ 對應ス
 ル群ハ *Trägheitsgruppe* $\gamma = 1$)

(4) $\bar{k} \supset k$, 絶対類体トス
 ルト



$$k_1 \bar{k} \cap K_1 = k_1$$

= ナルコトハ $K_1 \cap \bar{k} = k$ が分ルベ出ル。之ハ P -Gruppe
 , *echt* + Untergruppe ハ Index p , Normal-
 teiler = 含マレルコト (Index p ナラ自然 = Normal-
 teiler = ナルコト = 注意) カラ K_1 , $(p, p, \dots, p)$ 型ノ
 最大ノ Unterkörper が *rein verzweigt* = 作ラ
 レテアレバ充分デアアル。後 = 示ス $G_k =$ 属スル族ノ作りカテ
 ハ實際ソノ様 = 作ツテアル。

k_1 , Ideal α_1 が $H(k_1 \bar{k}_1 / k_1) =$ 属スルコトハ
Verschiebungssatz = 依リ $N_{\alpha_1} \sim /$ ト同ジデアアル。
 従ツテ k_1 テ

$$\beta_1 \in H(K_1 / k_1)$$

$$\beta_1 \sim \alpha_1 \text{ mod. } H(k_1 \bar{k}_1 / k_1)$$

ナラ一様ノ β_1 , $(\beta_1 + p)$ ナトレバ

$$\alpha_1 = \beta_1, \quad \alpha_1 \in H(k_1 \bar{k}_1 / k_1)$$

$$N_0 = \beta_0(\beta) \quad \beta_0 = N_{k_1/k}(\beta), \quad (\beta) = N_{k_1/k}(\alpha_1)$$

コノ β ヲ用ヒテ

$$\gamma' = \gamma \beta^{-\lambda}$$

トスレバ

$$(5) \quad \gamma' = \beta_0^{\lambda} \in \mathfrak{p}$$

更ニ $K_1 \cap \bar{k} = k$, 代リ $= K_1 \cap \bar{k} \cdot R(\zeta_{f+1}) = k$ カラ
出カシテ止ノ証明ヲ吟味スルト β_0 ハ

$$\zeta \equiv 1 \pmod{\beta_0^{(p^f)}}$$

ノ如クモトレル。 β_0 ハ β , $CH(K_1/k_1)$ デカラ K_1 デ
vollzufallen シテ居ル。即チ β_0 ハ定理 1 ノ η ノ性質
ヲモツ。

□ノ中ノ *Primideal* = ハ前ノ $\mathfrak{p}/\lambda$ ノ時ノ論法ガア
テハマルカラ

$$\gamma' = \gamma \alpha^{\mathfrak{p}} \cdot \beta$$

ナル変換ノ結果 γ ノ因子ハ

$$\gamma = \beta_0^{\lambda_0} \cdots \beta^{\lambda} \cdots$$

($\mathfrak{p} \nmid \lambda_0$, $\mathfrak{p}/\lambda$)

ノ形デ β_0 ハ η ノ性質ヲ持チ β ハ η ノ性質ヲ持ツカモシ
クハ $K_1(\sqrt[p]{\gamma})/k$ デ *unverzweigt* デアル。

Unendliche Primstelle = 関スル條件ハ証明ノ途中カラ
満足スル様ニトレルコト明白デアル。

残ル問題ハ定理 1 ヲ $(\mathfrak{p}, \mathfrak{p}, \cdots, \mathfrak{p})$ 型ノ群ニツイテ
証明スルコトデアル。之レヲ §3 デ述べル。定理 1 ガ証明
出来レバ我々ノ目的ノ定理ハ $R(\zeta)$ ノ上ニ基礎体カト $R(\zeta)$

= 關シテ unabhängig = 作ツタ K (之ハ可能) ヲ 左迄
verschieben スレバヨイ。

(6) 又前稿デハ未ダ証明 = 確信が持テナカッタタメニ
述ベテ置カナカッタガ Scholz ノ結果ニ依ルト メタ-ツル
体ノ構成ハ與ヘラレタ体ト unabhängig ナ素数ベキ
次ノ ガロア 体ノ構成ニ歸セラレルカラ次ノ定理モ得ラレ
ルヲケデアイル。

(定理) $\mathcal{O}_f$ ヲ任意ノ metabelsche Gruppe,
ソノ Kommutatorgruppe $\mathcal{O}_f'$ ノ次数ヲ $p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots$
トスレバ $e^{\frac{2\pi i}{p_1}}, e^{\frac{2\pi i}{p_2}}, \dots$ ヲ含ム基礎体 k ノ上ニ $\mathcal{O}_f$
ヲ群トスル体がアル。」

$\mathcal{O}_f'$ = 關スル條件ガ k = 附クコトハ Scholz ノ論
文 (Heidelberger Berichte (1929)) 参照。

基礎体 = 關スルコノ條件ヲ取り去ルコトハ望マシイコ
トデスガ (ソレが可能ナラ Scholz ノ目的ガ達セラレタワ
ケデス) Ring ヲ用ヒル方法ノ缺點トシテ中々取レナイ條
件ノ様ニ思ヒマス。