



Title	Linear Operationニツイテ（Ⅲ）
Author(s)	泉，信一；北川，敏男
Citation	全国紙上数学談話会．1936，91，p. 18-22
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74331
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

406. Linear Operation ニツイテ (III)

泉 信 一 陳 北 大
北 川 敏 男 陟 大

本論文デハ (II) = 於イテ 論ジタモノヨリモ, モットー

般ノ空間ヲ定義サレタ *translatable* ノ Operation ノ一般形ヲ求メルコトデアル。

1. (F) ヲ $(-\infty, \infty)$ = 於イテ定義サレタ函数ノツクル空間ニシテ、任意ノ有限區間ヲ、 (F) = 属スル函数ノ絶對値ノ二乗カ可積分トシ、且ツ各々ノ $f(x) \in (F)$ = 對シテ

$$|f(x)| < A(1+|x|^k) \quad (1)$$

ナル如キ $A = A(f)$ 及ビ $k = k(f)$ が存在スルトスル。

然ルトキ *Wiener* = ヨリ、 $f(x) \in (F)$ = 對シテハ

$$f(x) = l.m. \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \overline{\Phi(\xi-x, \lambda)} d\xi \quad (2)$$

ト書キウル。コニ、 $l.m.$ ハ任意ノ有限區間ニツイテトルモノトスル。

$$\text{又} \quad \Phi(\xi-x, \lambda) = \int_{-\lambda+\delta}^{\lambda+\delta} e^{i(\xi-x)u} \varphi_{\lambda}(u) du$$

$$\begin{aligned} \text{且シ} \quad \varphi_{\lambda}(u) &= \pi, \quad |u| \leq \lambda \\ &= 0, \quad |u| \geq \lambda + \delta \end{aligned}$$

及ビ $\varphi_{\lambda}(u)$ ハ $(\lambda, \lambda+\delta)$ 、及ビ $(-\lambda-\delta, -\lambda)$ = テ連続デ、且ツ何回デモ微分出来テ端点ニ於ケルスベテ、微係數ハ0デアアル。更ニ、 $\varphi_{\lambda}(u)$ ハ *even function* ナリトスル。

2. Λf ヲ (F) = 於イテ定義セラレテ、 Λf ノ *contradomain* カ (F) = フクマレテキルトスル。 Λf ハ *additive translatable* デ (Π) = 於ケル條件^{1°} 及ビ次ノ條件ヲ満足スルモノトスル。乃チ

$$\boxed{\text{條件 } 3^{\circ}} \quad |\Lambda f(x)| \leq G(1+|x|^l) |f(x)|$$

ナルヲナシ $G = G(f)$ 及 $\ell = \ell(f)$ が存在スル。

$$f_{\lambda}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \bar{\Phi}(\xi - x, \lambda) d\xi$$

トオクトキ, 殆ンドスベテ, $x = \text{對シテ}$

$$\begin{aligned} \Lambda\{x, f_{\lambda}(t)\} &= \Lambda\left\{x, \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \bar{\Phi}(\xi - t, \lambda) d\xi\right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \Lambda\{x, \bar{\Phi}(\xi - t, \lambda)\} d\xi \quad (1) \end{aligned}$$

コトニ

$$\Lambda\{x, \bar{\Phi}(\xi - t, \lambda)\} = \Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{i(\xi-t)u} g_{\lambda}(u) du\right\}$$

右辺, integrand $\wedge$ 連続ナルカラ, 條件 $1^{\circ} = \exists$)

$$\begin{aligned} &\Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{-itu} g_{\lambda}(u) e^{i\xi u} du\right\} \\ &= \lim_n \Lambda\left\{x, \sum_k e^{-it u_k^{(n)}} g_{\lambda}(u_k^{(n)}) e^{i x u_k^{(n)}} (u_{k+1}^{(n)} - u_k^{(n)})\right\} \\ &= \lim_n \sum_k \Lambda\left\{x, e^{-it u_k^{(n)}}\right\} g_{\lambda}(u_k^{(n)}) e^{i x u_k^{(n)}} (u_{k+1}^{(n)} - u_k^{(n)}) \end{aligned}$$

條件 カラ $\Lambda\{x, e^{-it u_k^{(n)}}\}$ $\wedge$ 連続ナルカラ, Riemann
ノ意味デ積分可能ナル。故ニ

$$\Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{-itu} g_{\lambda}(u) e^{i\xi u} du\right\} = \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} \Lambda\{x, e^{-itu}\} g_{\lambda}(u) e^{i\xi u} du$$

故ニ

$$\Lambda\{x, e^{-itu}\} = G(x, u)$$

トオクトキ Λ , translatable + コトカラ $G(x, u) = G(iu) e^{-ixu}$

トオクコトが出来ル。

故ニ

$$\Lambda \{x, f_\lambda(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) d\xi \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(iu) \varphi_\lambda(u) \bar{e}^{i(x-\xi)u} du$$

故 = , (2) = = ,

$$\Lambda f(x) = \text{l.m.} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) d\xi \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(iu) \varphi_\lambda(u) e^{i(x-\xi)u} du.$$

3. (F) = 属スル函数 $f(x)$ = 對スル條件 (1) , 代リ = 次ノ條件ヲ置キカヘル。乃チ

$$|f(t)| < A e^{\beta|t|} (1+|t|^k) \quad (-\infty < t < \infty)$$

トナルヤウナ $\beta > 0$ 及ビ $A = A(f)$ 及ビ $k = k(f)$ が存在スルモノトスル。カ、ル函数ノツクル空間ヲ $(F^{(\beta)})$ デ表ハス。

然ルトキ, Wienerノ定理カラ、容易ニ次ノ關係式ヲ得ル。

$$\begin{aligned} \text{l.m.} \int_0^\infty f(t) e^{\delta(x-t)} \overline{\Phi}(x-t, \lambda) dt &= f(x), \quad x > 0 \\ &= 0, \quad x < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l.m.} \int_{-\infty}^0 f(t) e^{-\delta(x-t)} \overline{\Phi}(x-t, \lambda) dt &= f(x), \quad x < 0 \\ &= 0, \quad x > 0 \end{aligned}$$

故 =

$$\begin{aligned} f_\lambda(x) &= \int_0^\infty f(t) e^{\delta(x-t)} \overline{\Phi}(x-t, \lambda) dt \\ &\quad + \int_{-\infty}^0 f(t) e^{-\delta(x-t)} \overline{\Phi}(x-t, \lambda) dt \end{aligned}$$

トオクトキ

$$\text{l.m.} f_\lambda(x) = f(x)$$

コトニ、 $\mathcal{L}.m.$ ハ任意ノ有限區間デトルモノトスル。

然ルトキ、 Λ が $(F^{(\beta)})$ ノツクル函数ヲ $(F^{(\beta)})$ ノツクル函数 = 変換スル Operation トスルトキ同様ニシテ §2 ノ條件ガナリゲットキ

$$\Lambda f(x) = \mathcal{L}.m. \left\{ \int_0^\infty f(\xi) e^{\Delta(x-\xi)} d\xi \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(\beta+iu) g_\lambda(u) e^{i(x-\xi)u} du \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^0 f(\xi) e^{-\Delta(x-\xi)} d\xi \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(-\beta+iu) g_\lambda(u) e^{i(x-\xi)u} du \right\}$$

[訂正] Linear Operation (I) = 於イテ 條件 2° ヲ次ノ様ニ (一般ニ) 直シテオクコトガ必要デアアル。

條件 2° 條件 1° ト同ジ假定ノ下デ、殆ンドスベテ

ノ t = 對シテ

$$\lim_{n_k \rightarrow \infty} \Lambda \{x, f_{n_k}(t)\} = \Lambda \{x, f(t)\}$$

トナル様ニ subseq. $\{f_{n_k}(t)\}$ ガ存在スル。

ソウデナイト、 $E = (\angle P)$ ノ場合ガフクマレナイ。又上ノ如ク假定スレバ、 E 及ビ E_1 ガ (S) ノトキモフクマレル。