



Title	素ナル標數ノ体ノ上ノ多元環ニツイテ, III
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 91, p. 32-36
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74333
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

408. 素ナル標数ノ体ノ上ノ多元環ニツイテ. III

中山 正 (阪大)

第1, 第2ノ報告(87号, 384, 88号, 387)ノ結果ヲ
更ニ精シクシタイ。例ノ如ク K ヲ標数 p ノ体, $\mathcal{O}$ ヲ $\mathcal{O}$ ノ上
ノ p -Potenzindexノ多元環類トスル。然ラバ

$\mathcal{O}$ ハ巡回多元体ノ直積ヲ代表サレ、然モソノ際ソノ
各々ノ巡回多元体ハ Index ト Exponent が相等シク,

且ツ $\mathcal{O}$ の *Exponent* が各 $\mathcal{O}_i$ の巡回多元体 *Exponent* の中ノ最大ナルモノト一致スルヤウニスルコトが出来ル。

マタ更ニ $(K^{p^m} : K)$ が有限 p^m ナラバ、コノ際ノ巡回多元体ノ数ヲ高々 m 個ニスルコトが出来ル。(線ヲ引イタ部分ガ精シクナツタ所デアリマス)。

証明ノタメ先ツ K カラ適當ニ元ノ集合 $\{a_\tau\}$ ヲ取出シ (番号ヲツケタガ可附番個トイフワケデハナイ)、ソノ中カラ任意ノ有限個 列ヘバ S 個取り出シタトキ

$$K(\sqrt[p]{a_{\tau_1}}, \sqrt[p]{a_{\tau_2}}, \dots, \sqrt[p]{a_{\tau_S}})$$

ガ常ニ K ニ對シ p^S 次デアル様ニスル。

コレニ“注意”サレタイノハコレシテオケバ、例ヘバ K' ヲ $K = a_1$ 以外ノ a_τ ($\tau \neq 1$) ノ p 中乗根ヲイクツカ添加シタ体トシタトキ a_1 ノアル p 中乗根ガ $K' =$ 對スル次数ハ K ニ對スルソレニ相等シイトイフコトデアル。

上ノ定理ヲ証明スルニハ $\mathcal{O}$ が

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 \times D_2 \times \dots \times D_t; \quad D_i = (a_{\tau_i}, Z_i, S_i), \\ \text{但シ } D_i \text{ ハソノ Index ト Exponent が相等シイ様} \\ \text{ニ巡回多元体デアリ、ソノ Exponent 1 最高ノモノ} \\ \text{ガ } \mathcal{O} \text{ ノソレニ等シイ。マタ } a_{\tau_i} \text{ ハ上ノ } \{a_\tau\} \text{ ノ} \\ \text{中ノ元デアリ、} i \neq j \text{ ナラバ } a_{\tau_i} \neq a_{\tau_j}. \end{array} \right.$$

ナル如キ直積ヲ代表サレルコトヲ云ヘバヨイ。

$\mathcal{O}$ の *Exponent* ヲ p^e トスル。 $e=1$ ノトキニハコノコトハ報告 II. ノ証明カラ容易ニワカル。Induktionニヨルタメ p^e ヨリ低イ *Exponent* ノモノニハ主張ガステ

= 成立スルトシヨウ。

先ツ上ノ“注意”カラ第一ノ報告(384)ノ10-11頁ニ於イテ α_1 ノ中デ $K(\alpha_2, \dots, \alpha_t) =$ 含マレル最低ノモノヲ $\bar{\alpha}$, $K =$ フクマレル最低ノモノヲ α , ト區別シタノハ無駄ナ(且ツ結果ヲ悪クスル)手数デアツタ。始メカラ $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ トシテ相異ナル α_c ノ p 中乗根ヲトツテオキサヘスレバ $\bar{\alpha}$ がソノマ、 $\alpha =$ ナツタワケデアル。コノ注意ト II ノ証明トカラ容易ニワカル如ク α ハトモカク

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \times A_2 \times \dots \times A_L; \quad A_i = (\alpha_{c_i}, Z_i, S_i), \\ \text{コノ } Z_i \text{ ハ高々 } p^e \text{ 次ノ巡回拡大デアリ, マタ } i \neq j \\ \text{ナラバ } \alpha_{c_i} \neq \alpha_{c_j} \end{array} \right.$$

ナル直積デアラハサレル。(p^e ハ α ノ Exponent. コノ Z_i ノ從ツテ A_i ノ次数ヲ高々 $p^e =$ ナシ得タノが上, 注意ノ結果デアル!)

A_i ノ次数が高々 p^e デアルカラ Exponent モ然リ。
 A_i ノ中ニハ Exponent が p^e ナルモノがイフツカアル。
ソレヲ例ヘバ $A_1, A_2, \dots, A_L$ トシ ($1 \leq i \leq L$) 他ハ Exponent が實際 p^e ヨリホトスル。

$A_1, \dots, A_L$ ノ次数が高々 p^e デ Exponent が p^e デアルカラ, 次数モ Index モ p^e デ 多元体 デナケレバナライ。

更ニ残りノ $A_{L+1} \times \dots \times A_L$ ハ Exponent が p^e ヨリホナノデカラ我々ノ假定カラ

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{k+1} \times \cdots \times A_l \sim B_1 \times B_2 \times \cdots \times B_k, \\ \text{但シ } B_j \wedge B_j = (a_{\sigma_j}, Z'_j, S'_j) \text{ ナル形ノ多元} \\ \text{体デ然モソ、Index \wedge Exponent = 等シク、ソ} \\ \text{ノ中最高ノモ、ガ直積自身ノソレ } (< p^e) = \text{等シイ、} \\ \text{マタ勿論 } a_{\sigma_j} \wedge \{a_\tau\} \text{ ノ中カラ取出サレテ居リ、} \\ j \neq i \text{ ナレバ } a_{\sigma_j} \neq a_{\sigma_i}. \end{array} \right.$$

トナシ得ル。

而シテコノ $B_j =$ 使ッタ a_{σ_j} ノ中デ、上ノ $A_1, \cdots, A_k$
 = ツタツタ $a_{\tau_1}, \cdots, a_{\tau_k}$ ノドレカト一致スルモノヲ
 例ヘバ $a_{\sigma_1}, a_{\sigma_2}, \cdots, a_{\sigma_g}$ デアルトシテ差支ヘナイ
 $(0 \leq g \leq k, k)$, 更ニ $a_{\tau_1} = a_{\sigma_1}, \cdots, a_{\tau_g} = a_{\sigma_g}$
 デアルトシテモカマハナイ。コレ等、 $j = 1, 2, \cdots, g =$
 對シテ $A_j \times B_j$ ヲ考ヘル。 A_j ノ $Exponent$ ハ p^e ,
 B_j ノソレハソレヨリ小。依ツテ積ノソレハ丁度 p^e デアル。

然ルニ $K(a_{\tau_j}, p^e \text{ 乗根})$ ナル体ハ両因子ノ分解
 体デカラ直積ノソレデアル。ヨツテ $Exponent$ ガ p^e ナ
 ルコトヲ考ヘレバ $Index = Exponent = p^e$ ナルコト
 ガワカル、マタ II ノ補助定理カラソノ類ハ

$$A_j \times B_j \sim (a_{\tau_j}, Z_j^*, S_j^*)$$

デ表ハサレル、コノ $(a_{\tau_j}, Z_j^*, S_j^*)$ ハ $Index$ モ
 $Exponent$ モ p^e ナル巡回多元体デアル、コレヲ A_j^* ト
 オク。

然ラバモトノ類 $\mathcal{O}$ ハ

$$A_1^* \times \cdots \times A_g^* \times A_{g+1} \times \cdots \times A_n \times B_{g+1} \times \cdots \times B_n$$

ナル直積ヲ表ハサレル、然モコノ表ハシ方が我々ノ要求ヲ
充スコトハ上ノ作リ方カラ容易ニワカル。

依ツテ定理ガ *Induktion* デ一般ニ成立スル。