OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Linear Operation二就イテ（IV）
Author(s)	泉, 信一; 北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 92, p. 10-13
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74336
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

411. Linear Operation ニ就イテ (IV)

泉　信一 (東北大)
北川敏男 (阪大)

—— 本論文ハ (I) ノ続キデアル。——

§5. 次ニ $\Lambda\{t, f(x)\}$ ヲ始ンドスベテノ一定ノ t ニ対シテ $f(x)$ ニ関スル functional デ、且ツ t ニ関シテ measurable トスル、$\Lambda\{t, f(x)\}$ ノ domain E ガ始ンドスベテノ t ニ関シテ Normalised デアルトシ、$f \in E$ ノ norm ヲ

$$\| f(x) \|_t = \| f \|_t$$

デ表ハス、更ニ Λf ハ次ノ條件ヲ満足スルトスル、乃チ

條件4°. 始ンドスベテノ t ニ対シテ

$$|\Lambda\{t, f(x)\}| \leqq G \| f \|_t$$

トナルヤウナ $G \geqq 0$ ガ存在シテ、且ツ $\| f \|_t$ ハ t ニ関シテ integrable デアル。

従ッテ $\Lambda\{t, f(x)\}$ ハ始ンドスベテノ t ニ対シテ、$f(x)$ ノ linear functional デ、且ツ $\Lambda\{t, f(x)\}$ ハ t ニ関シテ integrable デアル。

特ニ Λf ノ domain E ガ normalized space デ、且ツ contra-domain ガ (C) 又ハ (M) ナルトキニハ、任

意ノ $f \in E$ ニ對シテ $\|f\|_t = \|f\|$ トスレバ，條件 4° ハ任意ノ linear operation ニヨッテ満足サレル。又 $b-a \geqq 2$ トシ、E ガ (a,b) ニ於テ定義サレタ bounded meas. function ノ space デ，$f(x) \in E$ ナルトキ

$$\|f\|_t = \underset{t-1 \leqq x \leqq t+1}{l.u.b.} |f(x)|$$

トシ，

$$\Lambda(f) = \Lambda\{t, f(x)\} = \int_{-1}^{1} f(x+t)\, d\varphi(t)$$

トスル、コヽニ $\varphi(t)$ ハ (a,b) ニ於テ bounded variation ノ function トスル．然ルトキ

$$G = \int_a^b |d\varphi(t)|$$

トシテ條件 4° ガ満足サレル。

又 E ガ (a,b) ニオケル integ. functions ノ作ル space デ，

$$\|f\|_t = \int_{-1}^{1} |f(x+t)|\, dx,$$

$$\Lambda\{t, f(x)\} = \int_{-1}^{1} f(x+t) K(x)\, dx$$

トオク、コヽニ $K(x)$ ハ (a,b) ニオケル bounded function トスル．然ルトキ條件 4° ハ

$$G = \underset{a \leqq x \leqq b}{l.u.b.} |K(x)|$$

トシテ満足サレル．$E = L^p(a,b)$，$(p \geqq 1)$，$K(x) \in L^q(a,b)$，$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ トスル。 $\|f\|_t = \sqrt[p]{\int_{-1}^{1} |f(x+t)|^p dx}$

$$\Lambda\{t, f(x)\} = \int_{-1}^{1} f(x+t)K(x)\,dx$$

トスルトキ，條件4° ハ

$$G = \sqrt[q]{\int_a^b |K(x)|^q dx}$$

トシテ滿足サレル。

條件4° ヲ滿足スル operation Λ ニ關シテ次ノ定理ガ成立スル。

定理4. Λ ガ條件4° ヲ滿足スル additive translatable op. ナラバ，殆ンドスベテノ x ニ對シテ

$$\int_c^d \Lambda\{t, f(x+u)\}\,du = \Lambda\left\{t, \int_c^d f(x+u)\,du\right\} \tag{6}$$

証明ハ定理3ト同様ニ出來ル。

定理4ハ $E=(L^p)$ $(p\geqq 1)$, $E_1=(M)$ 又ハ (C) ノトキニハ F. Riesz ノ定理カラ明カデアル。

§6. $\Lambda\{t, f(x)\}$ ガスベテノ t ニ對シテ有限デ，且ツ條件1° ヲ滿足スルトスル．Λf が additive, translatable ナルトキ

$$\Lambda\{t, f(x)\} = \lim_{h\to 0} \Lambda\left\{t, \frac{1}{h}\int_x^{x+h} f(u)\,du\right\}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\left[\Lambda\left\{t, \int_a^{x+h} f(u)\,du\right\} - \Lambda\left\{t, \int_a^{x} f(u)\,du\right\}\right]$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\left[\Lambda\left\{t+h, \int_a^{x} f(u)\,du\right\} - \Lambda\left\{t, \int_a^{x} f(u)\,du\right\}\right]$$

$$= \frac{d}{dt}\Lambda\left\{t, \int_a^x f(u)\,du\right\}$$

今 $\Lambda\{t, f(x)\}$ が t ニ關シテ integrable トスルトキ，兩

迎ヲ積分シテ

$$\int_{c+t}^{d+t} \Lambda\{u, f(x)\}\,du = \int_{c+t}^{d+t} \frac{d}{du}\Lambda\left\{u, \int_a^x f(v)\,dv\right\} du$$

$$= \Lambda\left\{d+t, \int_a^x f(v)\,dv\right\} - \Lambda\left\{c+t, \int_a^c f(v)\,dv\right\}.$$

然ルニ Λ ノ translatable ナコトカラ

$$\int_{c+t}^{d+t} \Lambda\{u, f(x)\}\,du = \int_c^d \Lambda\{u+t, f(x)\}\,du$$

$$= \int_c^d \Lambda\{t, f(x+u)\}\,du.$$

又 Λ ノ additive デ translatable ナコトカラ

$$\Lambda\left\{d+t, \int_a^x f(v)\,dv\right\} - \Lambda\left\{c+t, \int_a^x f(v)\,dv\right\}$$

$$= \Lambda\left\{t, \int_a^{x+d} f(v)\,dv\right\} - \Lambda\left\{t, \int_a^{x+c} f(v)\,dv\right\}$$

$$= \Lambda\left\{t, \int_{x+c}^{x+d} f(v)\,dv\right\} = \Lambda\left\{t, \int_c^d f(x+u)\,du\right\}.$$

故ニ

$$\int_c^d \Lambda\{t, f(x+u)\}\,du = \Lambda\left\{t, \int_c^d f(x+u)\,du\right\} \qquad (6)$$

故ニ次ノ定理ヲ得ル。

定理5. Λ ガ條件 1° ヲ満足スル additive translatable op. ナラバ，常ニ (6) ガ成立スル。