



Title	特殊ナガロア体ノ構成ニ就テ（Ⅲ）
Author(s)	淡中, 忠郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 93, p. 1-6
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74341
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

416. 特殊ナガロア体ノ構成=就テ(Ⅲ)

淡 中 忠 郎 (東北大)

§ 3. 次ニ定理 1ヲ ア-ベル 体ノ場合ニ証明スル、之ハ
次ノ様ニズット一般ナ形ニ擴張スルコトガ出来ル。

(定理 2)

k 基礎体

f_x ($x=1, \dots, s$) k , Primstelle

$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 \times \mathcal{G}_2 \times \dots \times \mathcal{G}_h$ $n_i = l_i^{m_i}$ $\Rightarrow$ 不変数=持
ツ有限次 ア-ベル 群 ($\mathcal{G}_i$ ガ n_i 次ノ巡回群)

μ_i k ガ $l_i^{\mu_i}$ -te Einheitswurzeln $\Rightarrow$ 含ム如
キ最大数

ζ_i 1ノ原始 $l_i^{\nu_i}$ 乗根 $\nu_i = \min(m_i, \mu_i)$

χ_{ix} $\alpha \neq 0$ ナル k ノ数ニ対スル Charakter

(値ハ $\mathcal{G}_i$ $\Rightarrow$ 動)

$$a) \chi_{ix}(\alpha_1 \alpha_2) = \chi_{ix}(\alpha_1) \cdot \chi_{ix}(\alpha_2)$$

b) 次ノ性質ヲ持ツ f_x ノ(最初ノ) ベキ f_{ix} ガア
ル、即チ

$$\chi_{ix}(\alpha_0) = 1 \quad \text{if} \quad \alpha_0 \equiv 1 \pmod{f_{ix}}$$

$$c) \prod_{x=1}^s \chi_{ix}(\zeta_i) = 1 \quad (i=1, 2, \dots, h)$$

以上ノヤウナ假定ノ下ニ次ノ様ナ体 K ガ存在スル。
 K ノ群ハ $\mathcal{G}$ デ $K = \mathbb{Z}_1, \mathbb{Z}_2, \dots, \mathbb{Z}_h$, $\mathbb{Z}_i$ ハ $\mathcal{G}_i$ $\Rightarrow$ 群
ニ持ツ、且ツ

$$\left(\frac{\alpha, Z_i/k}{f_x} \right) = \chi_{ix}(\alpha)$$

又, $A_i / f(Z_i/k), A_i \neq f_x \quad (x=1, 2, \dots, s)$ ナ
ラバ

1. A_i は endlich
2. A_i は $Z_j \ (j \neq i)$ デ完全 = 分解スル.
3. $A_i \nmid f$
4. $\zeta_i \equiv 1 \pmod{A_i}$
(n_i)
5. A_i は Z_i デ完全 = 分岐スル。 ┘

コノ定理デ $s=0$ ノ時ガモトムル定理1ノ特別ノ場
合デコノ形ニ述ベタノハ他ノ問題ヘノ應用ヲ考慮シタメデ
アル。 $k=1$ ノ場合ハ本質的ニハ Grunwald ノ存在定
理ト同ジデアルガ $k \geq 2$ ノトキニハ附帯條件 1. — 5. ノ為
メニ少シ工夫が必要ニナツテ來ル。

ε ϵ_i ノ基本單位 ($\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ ト書クノヲ簡
單ノメノ一字ニ書クコトスル、以下同断)

π_i l_i ノ べき ノ次数ヲ持ツ absolute Idealklasse
ノ Basis (ソノ次数ヲ $l_i^{\lambda_i} = a_i$)

$$(p_i) = \pi_i^{a_i}$$

η_i primitiv + 1, $l_i^{\mu_i}$ 素根

π_{ix} f_x = 対スル素数デ次ノ關係ヲ満足スルモノ

$$f_x = \prod \pi^{p_{ix}} \cdot b_{ix}^{n_i} (\pi_{ix})$$

(A) $k=1$ の場合

Grunwald の論文と同じ記号を用いて $\chi_{\mathfrak{q}} \pmod{\mathfrak{q}}$ の素 + 剰餘群 $\mathfrak{q}$ 全体 = 寫ス homomorphe Abbildung トスルト

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{l}_i$$

$$N \mathfrak{q} \equiv 1 \pmod{\mathfrak{l}_i^{m_i}} \quad (\text{之ハ } \chi_{\mathfrak{q}_i} \text{ 存在スル爲メノ條件})$$

$$\chi_i(\eta_i) = \chi_i(\varepsilon) = \chi_i(\rho_i) = \chi_i(\pi_{i,x}) = 1$$

ナル $\mathfrak{q}$ が存在スル。コトニ

$$\chi_i(\alpha) = \prod_x \chi_{i,x}(\alpha) \cdot \chi_{\mathfrak{q}}(\alpha)$$

$$(\alpha \text{ prim zu } \mathfrak{q}).$$

Ideal α が $\prod_x \mathfrak{f}_{i,x} \cdot \mathfrak{q} = \text{素} + \text{時}$

$$\alpha = \prod \mathfrak{h}_i^{x_i} \cdot \mathfrak{b}^{n_i}(\alpha)$$

ナラバ

$$\chi_i(\alpha) = \chi_i(\alpha)$$

ト置イテ $\pmod{\prod_x \mathfrak{f}_{i,x} \cdot \mathfrak{q}}$ erklärbar + Idealgruppe

ヲ導入スルト之ノ階級体 $Z_i = \text{對シテ}$

$$\chi_i(\alpha) = \left(\frac{Z_i / k}{\alpha} \right)$$

$$\chi_{i,x}(\alpha) = \left(\frac{\alpha, Z_i}{\mathfrak{f}_x} \right)$$

又 $\chi_i(\zeta_i)$ ハ $\chi_i(\eta_i)$ ノ ズキデア ルカラ勿論 1 = 等シイ。

故ニ條件 c) ヲ考ヘ = 入レルト

$$\chi_i(\zeta_i) = \prod_x \chi_{i,x}(\zeta_i) \cdot \chi_{\mathfrak{q}}(\zeta_i) = \chi_{\mathfrak{q}}(\zeta_i)$$

故 =

$$\zeta_1 \equiv 1 \pmod{q}$$

ソノ他ノ條件モ満足セラレテ居ルコトハ容易 = 見ラ
レル。

(B) $k = 2$ ノ場合

定理ノ條件 1. — 5. ガコノ時ハ少シワルサクナツテ來
ル。 $\mu_2 \geq m_2$ ノ場合ガ取扱ヒ易イカラ先ガコノ場合カラ
片付ケルコト = スル。

$$(B), \mu_2 \geq m_2$$

$$\eta_2^x \prod \varepsilon^y \prod p_2^z \prod \pi_{2x}^{u_x} = 1 \text{ in } k$$

ナラバ簡單ニ考察 = ヲツテ

$$x \equiv y \equiv z \equiv u_x \equiv 0 \pmod{n_2}$$

從ツテヨク知ラレタ Kummer, Körper, 理論カラ

$$k(\sqrt[n_2]{\eta_2}), k(\sqrt[n_2]{\varepsilon}), k(\sqrt[n_2]{p_2}), k(\sqrt[n_2]{\pi_{2x}})$$

ハ基礎体 k = 對シテ unabhängig トナル。

(A), step デ補助 = トツタ q ハ Z_1 デ完全分岐デ上ノ体
ノ中デハ非分岐デアルカラ

$$Z_1 \cap k(\sqrt[n_2]{\eta_2}, \sqrt[n_2]{\varepsilon}, \sqrt[n_2]{p_2}, \sqrt[n_2]{\pi_{2x}}) = k$$

從ツテ Tschebotarëw, 定理カラ Z_1 デ完全 = 分解スル
一次ノ Primeideal q' ヲトリ

$$(1) \prod_x \chi_{2x}(\alpha) \cdot \chi_{q'}(\alpha) = 1$$

$$(\alpha = \eta_2, \varepsilon, p_2, \pi_{2x})$$

ナラシメルコトが出来ル。($\chi_{\mathfrak{o}'}$ ハ前ト類似 = 値域が $\mathfrak{o}'_2$ ナル Charakter) 従ッテ Grunwald ノ構成法
デ

$$\chi_{2x}(\alpha) = \left(\frac{\alpha, K'}{\mathfrak{p}_x} \right)$$

ノヤウナ体 K' ヲ作クレル。コノ体 = 内シテ Normensymbol, Produktformel ヲ書クト

$$\prod_x \chi_{2x}(\alpha) \cdot \left(\frac{\alpha, K'}{\mathfrak{o}'} \right) \cdot \prod_{\mathfrak{p}'} \left(\frac{\alpha, K'}{\mathfrak{p}'} \right) = 1$$

$$(\alpha = \eta_2, \varepsilon, \rho_2, \pi_{2x}, \overline{w}_{12}, w')$$

但シ

$$\mathfrak{o}_1 = \prod N_{12}^{q_{12}} \mathbb{C}_{12}^{n_2}(\overline{w}_{12})$$

$$\mathfrak{o}' = \prod N_2^{q_1} \mathbb{C}'^{n_2}(w')$$

$\mathfrak{p}'$ ハ $\mathfrak{p}_x$, $\mathfrak{o}'$ トコトナリ上 = 述ベタ α = 對シテ少ク
モ一ツ $\left(\frac{\alpha, K'}{\mathfrak{p}'} \right) \neq 1$ トナル如キスベテ, Primideal ヲ
動クモノトスル。

一般 = α が $\mathfrak{o}'$ ト prim ナラ

$$\chi_{\mathfrak{o}'}(\alpha) = \left(\frac{\alpha, K'}{\mathfrak{o}'} \right)$$

ハ定義カラ出ル。従ッテ

$$\overline{\chi}_{\mathfrak{o}'}(\alpha) = \left(\frac{\alpha, K'}{\mathfrak{o}'} \right)$$

ハ $\chi_{\mathfrak{o}'}$ ノ Fortsetzung デアル。

後、僅カテ証明が終ルノデスが今迄ノ原稿ト頁数ヲ揃
ヘル都合上半端ナ所デ切ツテ置キマス。

昭和十一年度1月—6月分ノ會費金貳圓
也ヲ至急御拂込ニ下サイ。

大阪市北區

大阪帝國大學
理學部數學教室

清水辰次郎

振替口座番號

大阪 一七七四三番