



Title	一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, VIII
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 93, p. 14-18
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74343
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

418. 一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, VIII

福原満洲雄(北大)

x, y ノ代リ = 変数 t, y ヲ取レバ (A) ハ

$$(A') \quad \frac{dy}{dt} = F(t, y)$$

トナリ, $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ ハ

$$(\alpha') \quad y \sim \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j e^{jt}$$

$$(\beta') \quad y \sim \sum \alpha_{jk} e^{jt} (C e^{\lambda t})^k \quad (\alpha_{00}=0, \alpha_{01}=1)$$

$$(\gamma') \quad y \sim \sum \alpha_{jk} e^{jt} (\lambda t + C) e^{\lambda t})^k \quad (\alpha_{00}=0, \alpha_{01}=1)$$

トナル、変数 t, δ ヲ取レバ (A) ハ

$$(A'') \quad e^{\delta} \frac{d\delta}{dt} = \mathcal{F}(t, \delta)$$

トナル。

$$\alpha_j = 0, \quad (j < m_0), \quad \alpha_{m_0} \neq 0$$

ナラバ (α) ハ

$$(\alpha'') \quad \delta \sim m_0 t + 2k\pi i + \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j e^{jt}$$

トナル。總テノ α_j が 0 ナラバ $(\beta), (\gamma)$ = 相當スル形式的

ノ解ハ

$$(\beta'') \quad \Delta \sim \lambda t + C + \sum \beta_{jk} e^{j\lambda t} (C e^{\lambda t})^{jk} \quad (\beta_{00}=0)$$

$$(\gamma') \quad \Delta \sim \lambda t + \log(\lambda t + C) + 2h\pi i \\ + \sum \beta_{jk} e^{j\lambda t} ((\lambda t + C)e^{\lambda t})^{jk}$$

トナル、 h ハ勝手ナ整数デアル、 $(A), (A'), (\alpha), \dots$ 等ノ
記号ハ特異点(I)全体ヲ通ジテ使用スル。

形式的解 (α) コレ=就イテハ (i), (ii), (iv), (v) ヲ一諸
= 論ズル。

1° $\tau = \tau_0 + \sigma \tan \theta_0$, $\sigma \leq \sigma_1$ = 依ッテ表ハサレ
ル半直線ノ上ヲ t ガ動クトキ $m_0 t + 2h\pi i + \gamma_0$ ガ描ク半
直線ハ

$$g_1 + p \tan \omega_1 < g < g_2 + p \tan \omega_2, \quad p < p_0$$

= 含マレルトスレバ, $\tau = \tau_0 + \sigma \tan \theta_0$, $\sigma \rightarrow -\infty$ ノト
キ (α'') ナル形 = 展開サレル (A'') ノ解ハ少ナクトモ一ツ存
在スル。

2° τ = 述ベタ解ハキマツタ h ノ値 = 対シテハ唯一ツデ
アル。

注意 コノ結論ハ $f(t, \Delta)$ ノ Δ = 関スル正則性ヲ
Lipschitz ノ條件デ置換ヘテモ成立スル。

3° $\tau = \tau_0 + \sigma \tan \theta_0$, $\sigma \rightarrow -\infty$ ノ時 (α') ナル形 =
展開サレル (A') ノ解ガ唯一ツ存在スル。

注意 コニデモ $F(t, y)$ ノ y = 関スル正則性ハ y = 関
スル *Lipschitz* ノ條件デ置換ヘルコトガ出素ル。1°, 2° ガ
ハ α_j ノ中 = 0 デ + iモ / ガアルコトヲ假定シテキルガ, コ

コデハ α_j が皆 0 トナツテモ差支ヘナイ、但シ $F(t, y)$,
 y = 開スル正則性ヲ假定スル場合 = スベテノ α_j が 0 トナレ
バ $F(t, 0) = 0$ トナツテ問題 = ナラナイ。

4° $t = \sigma + i\tau$ か

$$\tau_1 + \sigma \tan \theta_1 \leq \tau \leq \tau_2 + \sigma \tan \theta_2, \quad \sigma \leq \sigma_1$$

ヲ満足スル時 $m_0 t + 2k\pi i + \beta_0$ ハ

$$g_1 + p \tan \omega_1 < g < g_2 + p \tan \omega_2, \quad p < p_0$$

= 含マレルトスレバ

$$\tau_1 + \sigma \tan \theta_1 \leq \tau \leq \tau_2 + \sigma \tan \theta_2, \quad \sigma \rightarrow -\infty$$

ノ時 (α'') ナル形 = 展開サレル (A'') ノ解が存在スル、ソレハ
 k ノ値ヲキメルコト = 依ツテ唯一ツトナル。

$$5^\circ \quad \tau_1 + \sigma \tan \theta_1 \leq \tau \leq \tau_2 + \sigma \tan \theta_2, \quad \sigma \rightarrow -\infty$$

ノトキ (α') ナル形 = 展開サレル (A') ノ解が唯一ツ存在スル。

6° (A) ハ $x=0$ デ正則ナ解ヲ唯一ツ持チ其、maclau-
rin 級数が (α) トナル。

證明ノ方針 1° 正ノ数 ε ヲ十分 = 小サク取レバ

$$G(t, z) = g(e^t, z)$$

ハ

$$\tau = \tau_0 + \sigma \tan \theta_0, \quad \sigma \leq \sigma_1, \quad |z| \leq \varepsilon e^{m_0 \sigma}$$

デ一様連続トナルコト = 注意スル。 σ ヲ独立変数 = 取レバ

(B) ハ

$$\frac{dz}{d\sigma} = (1 + i \tan \theta) G(t, z)$$

トナルカラ、コレガ $\sigma \rightarrow -\infty$ ノ時 $z = O(e^{N\sigma})$ ヲ満足スル
解ヲ持ツコト、及ビ $z = O(e^{A\sigma})$ ヲ満足スル解 z ハ 必ズ

$z = O(e^{N\sigma})$ を満足スル $\sigma = N = \text{関係シナイ } A \text{ が取レ}$
 ルコトヲ存在定理及ビ比較定理ヲ使ツテ証明スル。

2° 解ノ單獨性 = 関スル定理ノ應用。

3° $\lambda = \varphi(t)$ が (A'') ノ解ナラバ $\lambda = \varphi(t) \pm 2\pi i \in \text{亦}$
 (A'') ノ解デアレコト = 注意スレバヨイ。

4° 半直線 $\tau = \tau_0 + \sigma \tan \theta_0, \quad \sigma \leq \sigma_1$ ハ
 $\tau_1 + \sigma \tan \theta_1 < \tau < \tau_2 + \sigma \tan \theta_2, \quad \sigma < \sigma_0$
 = 含マレルトスル。2°ノ場合ノ結果ヲ使ヘバ

$\tau = \tau_0 + \sigma \tan \theta_0, \quad \sigma \rightarrow -\infty$
 ノ時 $z = O(e^{N\tau})$ を満足スル。

$$(B) \quad \frac{dz}{dt} = G(t, z)$$

ノ解ガ唯一ツ存在スル。ソレヲ $\psi(t)$ トスル。 σ を固定シテ
 τ を独立変数 = 取レバ (B') ハ

$$\frac{dz}{d\tau} = i G(t, z)$$

トナル。コノ解デ $\tau = \tau_0 + \sigma \tan \theta_0, \quad \sigma \leq \sigma_1$ デ
 $|z| \leq K e^{N\sigma}$ を満足スルモノガ満足スベキ不等式ヲ比較定理
 = 依テ求メル。

5° $\lambda = \varphi(t)$ が (A') ノ解ナラバ $\lambda = \varphi(t) \pm 2\pi i \in (A'')$
 ノ解デアレコト = 注意スレバヨイ。

6° $y = \varphi(t)$ が (A') ノ形 = 展開サレル (A') ノ解ナ
 ラバ $\varphi(t + 2\pi i) \in (A')$ ノ形 = 展開サレル (A') ノ解デ、
 解ノ單獨性 = ヨリ $\varphi(t + 2\pi i) = \varphi(t)$ トナルコト = 注
 意スレバヨイ。

注意 (ii) , 場合デモ $\mathcal{R} = 0$ ナラバ $C =$ キマツタ値
ヲ映ヘテ得ラレル級数 $(Y), (Y'), (Y'') =$ 対シテ以上ノ結果ガ
ソノマヨ成立スル。 又 $\lambda = 0$ ノ場合ヲ除ク必要ハナイ。