



Title	多元体ノ賦値ニ就イテ, II
Author(s)	守屋, 美賀雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 95, p. 1-6
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74353
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

428. 多元体ノ賦値ニ就イテ, II

守屋美賀雄(北大)

§4. Derivierte Divisionsalgebren, 構造

前節ヲハ或ル k 上ノ多元体 D カラ *derivierte divisions-algebra* $\bar{D}$ ヲツクルコトガ出来ルトイフ所マデ述べタ、所ガ D ノ賦値 ϖ ハ k ノ賦値 φ ノ接続デアルカラ、 k ノ元カラツクラレタ基本列ノ全体ハ矢張り $\bar{D}$ ノ中ニソノ極限元ヲ有スル、勿論コレ等ノ極限元ガ何レモ乗法ニ関シテ $\bar{D}$ ノ任意ノ元ト可換デアルコトハ明デアラウ。依ツテ k ノ φ ニ関スル *derivierter Körper* $\bar{k}$ (即 k ニ於ケル基本列ノ全体)ガ $\bar{D} = \bar{k} \times D$ ニ含マレル証明シタイノハ

$$\bar{D} = \bar{k} \times D$$

トイフコトデアル。

ソレニハ問題ヲ少々一般ニシテ、

基礎体 k ガ φ ニ関シテ完全ナラバ k 上ノ n 階ノ多元体 D ハ $\varpi = \varphi$ ノ接続性賦値 ϖ ニ関シテ完全デアル。

トイフ定理ヲ証明シヨウ。コノ定理ハ k ノ代数的擴大体 K ガ有限次 (k ニ関シテ) ナラバ K ハ k ノ接続賦値ニ関シテ、完全デアルトイフ定理ト同種類ノモノデアル。証明ノ方法モ似テ居ル。簡単ノタメ D ノ元 α ノ賦値ガ負デナイトキ即チ $\varpi(\alpha) \geq 0$ ナラバ α ヲ D ノ整元ト呼ブコトニスル。サテ α ガ D ノ整元ナラバ α ノ満足スル k ノ既約方程式

$$f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

$\varphi(a_m) \geq 0$ デナクテハナラヌ。 k ノ有スル性質 II
 二ヨリ $a_1, \dots, a_{m-1}$ ハ悉ク k ノ整元トナル、ガカラ α ノ
 指標方程式

$$|xE - A| = F(x) = (f(x))^{\frac{n}{m}}$$

ノ係數ハ k ノ整元トナル。 $F(x)$ ノ x^{n-1} ノ係數ヲ以下 α ノ
 Spur ト呼ビ $\Delta(\alpha)$ ヲ以テアラハス。然ラバ

$$\Phi(\alpha) \geq 0 \longrightarrow \varphi(\Delta(\alpha)) \geq 0$$

デアイル。

サテ今 D ノ k = 關スル底元 (コレヲ以下簡單ニ D ノ k -基
 ト呼ブ) ヲ $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ トスレバ、之レ = k ノアルー
 ツ、整元 a ヲ乘ジテ $a\omega_1, \dots, a\omega_n$ ヲ D ノ整元ナラシム
 ルコトが出来ル。(k ノ賦値條件 I = 依ル) 且ツカクシテ得
 レタ $a\omega_1, \dots, a\omega_n$ ハ明ニ D ノ k -基ヲナシテ居ル、
 ソコデ便宜ノタメ $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ガ悉ク D ノ整元デアイルト
 假定シヨウ。サテ、コノ様ナ整元ナル k -基ヲ用ヒテ D ノア
 ル整元 α ヲ

$$\alpha = c_1\omega_1 + \dots + c_n\omega_n$$

ト書キ表ハシタトキ (但シ $c_1, \dots, c_n$ ハ k ノ元トスル)。
 コノデ $c_1, c_2, \dots, c_n$ ノ賦値ハ下ニ有界デアイルトイフコト
 ヲ第一ニ証明スル、 α ノ右辺ニ順次 $\omega_1, \dots, \omega_n$ ヲ乘ジテ
 ノ Spur ヲトルト

$$(I) \quad \begin{cases} \Delta(\alpha\omega_1) = c_1\Delta(\omega_1\omega_1) + \dots + c_n\Delta(\omega_n\omega_1) \\ \vdots \\ \Delta(\alpha\omega_n) = c_1\Delta(\omega_1\omega_n) + \dots + c_n\Delta(\omega_n\omega_n) \end{cases}$$

ヲ得ル、假定 $\equiv$ レバ $\alpha, \omega_1, \dots, \omega_n$ が何レモ D ノ整元
 デアルカラ、 $\Delta(\alpha\omega_i), \Delta(\omega_i\omega_j), (i, j=1, \dots, n)$ ハ何レ
 モ D ノ整元デアル。即チ $\varphi(\Delta(\alpha, \omega_i)) \geq 0, \varphi(\Delta(\omega_i\omega_j)) \geq 0$ 。

又 D が *halbeinfach* デアルトイフコトカラ

$$\Delta(\omega_1, \dots, \omega_n) = \begin{vmatrix} \Delta(\omega_1\omega_1) & \dots & \Delta(\omega_n\omega_1) \\ \vdots & & \vdots \\ \Delta(\omega_1\omega_n) & \dots & \Delta(\omega_n\omega_n) \end{vmatrix} \neq 0$$

デアル。(I) カラ

$$c_i = \frac{\Delta_i}{\Delta(\omega_1, \dots, \omega_n)}$$

ヲ得ル。コゝ $\Delta_i = \Delta_i$ トハ $\Delta(\omega_1, \dots, \omega_n)$ = 於イテ第 i 列ヲ
 $\Delta(\alpha\omega_1), \dots, \Delta(\alpha\omega_n)$ デ置キカヘタ行列式デアル。サテ
 明カ $= \Delta_i$ 及ビ $\Delta(\omega_1, \dots, \omega_n)$ ハ D ノ整元デ且ツ後者ハ
 D ノ一基 $\omega_1, \dots, \omega_n$ = 依ツテ、一意的ニ定マルモノ故 $\varphi(c_i)$
ハ常ニ下ニ有界デアル。依ツテ適當ノ實數 ρ ヲトレバ D ノ任
 意ノ整元 α テ D ノ元ヲ係數ニ有スル $\omega_1, \dots, \omega_n$ ノ一次形
 式トシテアラハシタトキ、ソレ等係數ノ賦値ハ常ニ ρ ヨリ小
 デハナイ。

サテ、次ニ α ノ賦値 $\varphi(\alpha)$ が十分ニ大キクナツタトスル、
 然ラバ D ノ或ル單位元ナラサル整元 $a =$ 對シテ (勿論 a ヲ
 適當ニトラネバナラナイ、シカシ此ノヤウナ a ハ常ニ存在ス
 ル)

$$0 < \varphi(a^m) \leq \varphi(\alpha) < \varphi(a^{m+1})$$

ナラシムルコトが出来ル。コゝデ $\varphi(\alpha)$ が増大シテ行ケバソ

レニツレテ m が増大シテ行ク譯デアル。明カニ $\frac{\alpha}{a^m}$ ハ D ノ
整元、依ツテ

$$\frac{\alpha}{a^m} = d_1 \omega_1 + \dots + d_n \omega_n$$

ト置イタトキ $\varphi(d_1), \dots, \varphi(d_n)$ ハ何レモ p ヨリハ小
サクハナイ。サテ

$$\alpha = a^m d_1 \omega_1 + \dots + a^m d_n \omega_n = c_1 \omega_1 + \dots + c_n \omega_n$$

デアルカテ $\omega_1, \dots, \omega_n$ が k -基トイフコトカラ

$$a^m d_1 = c_1, \dots, a^m d_n = c_n$$

ヲ得ル、即チ

$$\varphi(c_i) = m \varphi(a) + \varphi(d_i) \quad (i=1, \dots, n)$$

依ツテ今 $\varphi(\alpha) \rightarrow \infty$ トスレバ前ニ述べタ如ク $m \rightarrow \infty$ デ
アリ、從ツテ

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \varphi(c_i) \rightarrow \infty$$

デアラウ、即チ

$$\alpha = c_1 \omega_1 + \dots + c_n \omega_n$$

ニ於イテ $\varphi(\alpha)$ が如何程デモ大キクナレバ、ソレニ應ジテ

$\varphi(c_1), \dots, \varphi(c_n)$ モ亦如何程デモ大キクナラナケレバ
イケンイトイフノデアル。(コノ逆ハ明白デアル)

サテ今、 D ノ基本列

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots$$

ガ與ヘラレタトキ $\alpha_i = c_1^{(i)} \omega_1 + \dots + c_n^{(i)} \omega_n$ (但シ $c_1^{(i)}, \dots$
 $\dots, c_n^{(i)}$ ハ何レモ k ノ元) ト置ケバ

$$\alpha_{m_1} - \alpha_{m_2} = (c_1^{(m_1)} - c_1^{(m_2)}) \omega_1 + \dots + (c_n^{(m_1)} - c_n^{(m_2)}) \omega_n$$

トナル、サテ $\overline{\alpha}(\alpha_{m_1} - \alpha_{m_2})$ ハ m_1, m_2 が大キクナルニツレテ、イクラデモ大キクナル譯デアルカラ (基本列ナル故) 既ニ証明シタ事實ニヨリ、 n 個ノ元列

$$C_j^{(1)}, \dots, C_j^{(i)}, \dots \quad (j=1, \dots, n)$$

が基本列ヲツクラネバナラナイトイフコトが出テクル。所デ k ハ $\mathcal{O}$ = 閉シテ完全デアル故上記 n 個ノ基本列ハ何レモ k = 於テ極限元 $C_1, \dots, C_n$ ヲ存スル、明カニ

$$\alpha = C_1 \omega_1 + \dots + C_n \omega_n$$

ハ $\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots$ ノ極限元デアラウ。依ツテ $\overline{D}$ ハ $\overline{\alpha}$ = 閉シテ完全デアル。即チ

基礎体 k が $\mathcal{O}$ = 閉シテ完全ナラバ $\overline{D}$ ハ $\mathcal{O}$ ノ接統賦値 $\overline{\alpha}$ = 閉シテ完全デアル。

サテ、愈ニ本節ノ初メノ問題ニ戻ル。 k が *relativ perfekt Körper* デ D が k = 閉シテ有限階ノ多元体ナルトキ、 D カラ *derivierte Divisionsalgebra* $\overline{D}$ が出テクル、ソシテ $\overline{D}$ ハ k ノ *derivierter Körper* $\overline{k}$ ヲ含ム、明カニ

$$D \times \overline{k} \subseteq \overline{D}$$

デアラウ。次ニ $D \times \overline{k}$ ハ $\overline{D}$ ノ部分環ナル故 $\overline{k}$ 上ノ多元体、且ツ $\overline{k}$ ハ $\mathcal{O}$ = 閉シテ完全体デカラ $D \times \overline{k}$ ハ $\overline{\alpha}$ = 閉シテ又、完全デアル。ソシテ $D \times \overline{k}$ ハ $\overline{D}$ ヲ含ム、然ラバ $\overline{D}$ が D ノ *derivierte Divisionsalgebra* トイフコトヨリ

$$\overline{D} \subseteq D \times \overline{k}$$

即チ $\overline{D} = D \times \overline{k}$

デアヲ。

昭和十一年度1月—6月分、會費金貳圓也
ヲ至急御拂込ミ下サイ。

大阪市北区

大阪帝國大學
理學部數學教室

清水辰次郎

振替口座番號

大阪一七七四三番

前期會計決算ハ第84号ニ報告シテアリマス。