



| | |
|--------------|---|
| Title | 非同次型線状移動可能函数方程式ニ就イテ (I) |
| Author(s) | 北川, 敏男 |
| Citation | 全国紙上数学談話会. 1936, 95, p. 8-13 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/74355 |
| rights | |
| Note | |

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

430. 非同次型線状移動可能函数 方程式 = 就イテ (I)

北川 敏 男 (阪大)

1. Δ^k ($k=0, 1, 2, \dots, n$)ヲバ、ソノ母函数ガ整函数デアアル様ナ *Linear translatable operation* トシ、以下 $(-\infty, \infty)$ デ與ヘラレタ函数 $g(x) =$ 對シテ

$$(1) \sum_{k=0}^n \Delta_x^k f^{(k)}(t) = g(x) \quad (-\infty < x < \infty)$$

ナル函数方程式、コレヲ非同次型線状移動可能函数方程式ト假リニ名付ケル——ヲ論ズル。

(1) へ特別ノ場合トシテ *Nörlund, Ghermanesco, Bochner* 等ノ論ヲ定差方程式ヲ含ム。コレヲノ諸氏ノ理論ヲ擴張シテ、成ルベク $\Lambda^k =$ 制限ヲツケナイデ、同様ノ結果ヲ得ヤウトスルトキニハ、筆者ノ所謂 *association* ノ考ヘテ必要トスルカト思ハレル。コレニツイテハ、數物ノ年會デ申シ上ゲタノデ、ココデハ、少シ立場ヲ度ヘテ論ジテミタイ。所謂定差法ガソウデアアル如ク、以下ニ於イテモ吾々ハ

$$(2) \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0}^{x_0+b} g(t) \left\{ \int_{\mathbb{C}_r^{(+)}} \frac{e^{\lambda(x-t)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda \right\} dt$$

$$+ \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0}^{x_0+a} g(t) \left\{ \int_{\mathbb{C}_r^{(-)}} \frac{e^{\lambda(x-t)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda \right\}$$

$$= N_r(x, x_0; g \cdot P_r) \quad (\text{トオク})$$

ナル形ノ積分値ノ計算取扱ヒトシテ、今マデ知ラレテキル結果ヲマトメツ、又少シク前進シタイ。コソニ、 $Q(\lambda)$ ハ *Linear translatable (differential) operation* $\sum \Lambda^k f^{(k)}(x)$ ノ母函数デアアル:

$$(3) \quad Q(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \Lambda^k e^{\lambda t}$$

Contour \mathbb{C}_r ヲ虚軸ガ外ケテ正ノ方ヲ $\mathbb{C}_r^{(+)}$, 負ノ方ヲ $\mathbb{C}_r^{(-)}$ トスル。

$\{P_r(\lambda)\}, \{\mathbb{C}_r\}$ ノ選定ハアトデキメル。(ソレハ、吾々ノ目標ニ應ジテ適當ニトル)

2. 先ツ、吾々ハ、(2) ノ *degenerate form* トシテ *Schmidt* ノ函数 (*Math. Ann. Bd. 70* 参照) ナル古典的

方法ヲ理解スルタメ (2) ノ変形ヲ次ノ如ク試ミル:

函数 $g^{(P)}(x+\delta)$ ヲバ、 $g_{\delta}^{(P)}$ ヲ表ハス、又簡單ノタ
 $\lambda =$

$$(4) \quad \angle P(\lambda; \zeta, \tau; g) \equiv \sum_{i=1}^P g^{(P-i)}(\tau) \lambda^{i-1} e^{\lambda(\zeta-\tau)},$$

トオクナラバ、*elementary* ナ計算ノ結果トシテ

$$(5) \quad N_r(x, x_0; g_{\delta}^{(P)}; P_r)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0}^{x_0+b} g(\tau) \left\{ \int_{\mathcal{C}_r^{(+)}} \frac{\lambda^P e^{\lambda(x+\delta-\tau)}}{P_r(\lambda) G(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0}^{x_0+a} g(\tau) \left\{ \int_{\mathcal{C}_r^{(-)}} \frac{\lambda^P e^{\lambda(x+\delta-\tau)}}{P_r(\lambda) G(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau \\ &- \frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathcal{C}_r} \frac{1}{G(\lambda) P_r(\lambda)} \angle P(\lambda; x+\delta, x_0+\delta; g) d\lambda \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0+\delta}^{x_0} g(\tau) \left\{ \oint_{\mathcal{C}_r} \frac{\lambda^P e^{\lambda(x+\delta-\tau)}}{P_r(\lambda) G(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}_r^{(+)}} \frac{1}{P_r(\lambda) G(\lambda)} \angle P(\lambda; x_0+\delta, x_0+\delta+b; g) d\lambda \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}_r^{(-)}} \frac{1}{P_r(\lambda) G(\lambda)} \angle P(\lambda; x_0+\delta, x_0+\delta+a; g) d\lambda \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0+b}^{x_0+b+\delta} g(\tau) \left\{ \int_{\mathcal{C}_r^{(+)}} \frac{\lambda^P e^{\lambda(x+\delta-\tau)}}{P_r(\lambda) G(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0+a}^{x_0+a+\delta} g(\tau) \left\{ \int_{\mathcal{C}_r^{(-)}} \frac{\lambda^P e^{\lambda(x+\delta-\tau)}}{P_r(\lambda) G(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau. \end{aligned}$$

コノ結果ヲ利用ト、又 *linear translatability* ノ故ニ、積

今ト Operation Δ^k トノ順序交換ガ許サレルトイフ事實ト,
 コノニヤノ事カラ

$$(6) N_r(x, x_0; \int_a^b g_\delta; P_r)$$

$$\equiv \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0}^{x_0+b} \Gamma_a^\delta \{g(\lambda+t)\} \left\{ \int_{C_r^{(+)}} \frac{e^{\lambda(x-t)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda \right\} dt$$

$$+ \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0}^{x_0+a} \Gamma_a^\delta \{g(\lambda+t)\} \left\{ \int_{C_r^{(-)}} \frac{e^{\lambda(x-t)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda \right\} dt$$

ハ以下ニ述ベル所ノ八個ノ summanden $N_r^{(k)}$ ($k=1, 2, \dots$
 $\dots, 8$) = 分ケ得ル。

コレヲハ、取扱上ハ次ノ五種ニ分類シタル。

第一種:

$$(7.1) N_r^{(1)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0}^{x_0+b} g(\tau) \left\{ \int_{C_r^{(+)}} \frac{e^{\lambda(x-\tau)}}{P_r(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau$$

$$(7.2) N_r^{(2)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0}^{x_0+a} g(\tau) \left\{ \int_{C_r^{(-)}} \frac{e^{\lambda(x-\tau)}}{P_r(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau$$

第二種:

$$(8.1) N_r^{(3)} = \frac{1}{2\pi i} \sum_{\rho=0}^{\infty} \Delta_a^\rho \left\{ \int_{x_0+b}^{x_0+b+\delta} g(\tau) \left\{ \int_{C_r^{(+)}} \frac{\lambda^\rho e^{\lambda(x+\delta-\tau)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau \right\}$$

$$(8.2) N_r^{(4)} = \frac{1}{2\pi i} \sum_{\rho=0}^{\infty} \Delta_a^\rho \left\{ \int_{x_0+a}^{x_0+a+\delta} g(\tau) \left\{ \int_{C_r^{(-)}} \frac{\lambda^\rho e^{\lambda(x+\delta-\tau)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau \right\}$$

第三種:

$$(9.1) N_r^{(5)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_r^{(+)}} \frac{1}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} \sum_{\rho=0}^{\infty} \Delta_a^\rho \left\{ \langle \rho(\lambda; x+\delta, x_0+\delta+b; g) \rangle d\lambda \right\}$$

$$(9.2) \quad N_r^{(6)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathbb{C}_r^{(-)}} \frac{1}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} \sum_{p=0}^{\infty} \Delta_0^p \left\{ \langle \rho(x; x+\delta, x_0+\delta+a: g) \rangle \right\} d\lambda$$

第四種:

$$(10) \quad N_r^{(7)} = -\frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathbb{C}_r} \frac{1}{G(\omega) P_r(\lambda)} \sum_{p=0}^{\infty} \Delta_0^p \left\{ \langle \rho(\lambda; x+\delta, x_0+\delta: g) \rangle \right\} d\lambda$$

第五種:

$$(11) \quad N_r^{(8)} = \frac{1}{2\pi i} \sum_{p=0}^{\infty} \Delta_0^p \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{x_0+\delta}^{x_0} g(\tau) \left\{ \oint_{\mathbb{C}_r} \frac{\lambda^p e^{\lambda(x+\delta-\tau)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda \right\} d\tau \right\}$$

3. 問題、18個、積分、estimation = 歸シタ。先ツ
吾々一般 =

$$(12) \quad \sum_{p=0}^{\infty} \Delta_0^p \left\{ \langle \rho(\lambda; \zeta+\delta, \eta+\delta: g) \rangle \right\} \\ = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{p-1} \lambda^{i-1} e^{\lambda(\zeta-\eta)} \Delta_0^p \left\{ g^{(p-i)}(\eta+\delta) \right\}$$

ナルコト = 注意スル。然ルトキ、第四、五種ハ \mathbb{C}_r = カコマ
レタ $Q(\lambda)$ = 開スル residues = 起因スルモノデアルコト
ガナル。又第二種、積分ハ勿論ノコト、第三種モ亦結局

$$(13.1) \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathbb{C}_r^{(+)}} \frac{\lambda^k e^{\lambda(x-b)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda$$

$$(13.2) \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathbb{C}_r^{(-)}} \frac{\lambda^k e^{\lambda(x-a)}}{P_r(\lambda) Q(\lambda)} d\lambda$$

ノ estimation = 帰着スルコトガワカル。

コレ等ノ事實カラ、吾々ハ、(1) ノ解 $f(x) =$ 開シテ若
干ノ assertion ヲ示シテ、デアアル。又、次 = 示ス如ク

如何ニシテ吾々が *Schmidt* , 方法ニ到達スルカニ明カニナ
ルト思ハレド。

[校正] 426. 組合函数方程式ニツイテ(III)ニ於イテ、P.2!

補助定理IIニテ "kommutator" ハ "kommutativ", 補

助定理(IV)ニテ (6) ハ $(\alpha + \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot \gamma \oplus \beta \cdot \gamma$.