



Title	diskretナ賦値デ完全ナル体ノ上ノ多元体（特ニ惰性多元体ノ存在）, I
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 99, p. 6-10
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74373
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

448. *diskret* + 賦値ヲ完全ナル体ノ上ノ多元体
(特ニ惟性多元体ノ存在), I

中山 正 (阪大)

数号前ノ本紙ヲ守屋氏ハ多元体ノ賦値ヲ論ゼラレタ。

ソレニ關聯シテ *diskret* + 賦値ヲ完全 (*perfekt*) +

体ノ上ノ多元体 (ソレハ自分自身ヲハリソノ基礎体ノ賦値ノ
 拡張=対シテ完全ナル)ノ構造ヲ少シ精シクシラベタイ。
 主ナル目的ハ惰性 (*Trägheits*) 多元体ノ存在ノ証明デア
 リマス、基礎体が普通ノ $\mathcal{P}$ -進数体 (代数体カテ *derivieren*
 サレタ体)ノトキ=ハヨク知アレテキル様=ソレハ簡單=証
 明サレ (ハ一セ)、ソシテソノ事実が代数体ノ上ノ多元環ノ
 整数論ヲ、更=構造論ヲ扱フ際=非常+便宜ヲ映ヘテクレル。
所ガソノ証明=於テハ、所謂 $\mathcal{P}$ -進数体ノ剰餘類体が有限体
ナルコト、ソシテ有限体ノ上ノ多元体ハ必ず (可換) 体ナル
コトが根本的=使用サレテキル。 (以下基礎ノ体ヲ K 、考ヘ
 ルソノ上ノ多元体ヲ D トシヨツ)、即チ D ノ剰餘類多元体が
 實ハ体デアアルコトガソノ証明ヲ非常=簡單=シテキル、所ガ
 一般ノソシナ關係ノナイ場合=惰性多元体ノ存在ヲ証明スル
 ハ、一寸面倒デ、實ハ氣=シナガラナカナカ出来ナイデ田ッ
 テキタノデスガ、最近ドウマラ薄ギツケマシタノデ御報告シ
 マス。

スツシ K ノ剰餘類体が *vollkommen* デアルコトヲ假
 定シナケレバナラナイノガ残念ナノデスガ! (本質的=必要
 ナ假定カ方法上ノ問題ナノカモ僕=ハ未ダワカラナイノデス
 ガ)。

以下 K ヲアル *diskret* ナ賦値デ完体ナ体、ソノ *Maxi-
 malordnung* ヲ、素いでやるヲ $\mathcal{P}$ トスル。ソシテ先ッ
 ハジメハ K ヲ核心=モツ多元体 D ヲ考ヘル。 K ノ賦値ハ一意
 的= D =マデ拡張サレル、(ソレヲノコト=ツイテハ守屋氏

、論文ヲ参照サレタイ)、ソノ Max-ord ヲ θ , 素いでやるヲ $\mathcal{R}$ トスル。(θ モ一意的=キマル、マタ θ ノいでやるハミナ 西側 いでやるデアル)。

D/K ノ次数, 従ッテ D ノ Index ヲ n トスル:
 $(D:K) = n^2$. D ノ剰餘多元体 $\theta/\mathcal{R}$ ノ K ノソレ $\theta/\mathcal{F}$
 = 對スル Rang ヲ r トシ, マタ $\mathcal{F} = \mathcal{R}^e$ トスル。然ラバ
 $n^2 = r \cdot e$ デアル。以下情性多元体ノ存在ヲ目的トスルノデ
 スガ, 先ヅスグワカルコトハ

(I) $e \leq n$, 従ッテ $r \geq n$. コレハ $\mathcal{R}$ が單項いでやる
 デ, $\mathcal{R} = \pi\theta = \theta\pi$ トオイヌトキ, $K(\pi)$ ヲ考ヘレバーオ
 デハソノ K = 對スル分岐指數が少クモ e , 従ッテ次数が少ク
 モ e デアリ, 他方 D ノ (可換) 部分体トシテ次数が高々 n
 ナルコトカラ直チ=ワカル。(D ノ部分多元体 C = 於テ,
 $C \cap \theta$ ガソノ Max-ord . C ハ $\mathcal{R}$ ガソノ素いでやるデア
 ル). 次=先ヅ

(II) D ハ最大 (可換) 部分体デ, シカモ K = 對シテ不
 分岐ナルモノヲ有ス. 假=主張が成立シナイト假定スル、而
 シテ K = 對シテ不分岐ナル部分体ノ中デ次数が最大ナルモノ
 ノ一ツヲ W トスル、假定=ヨツテ $(W:K) < n$. 今 D = 於
 テ W ト *elementweise* = 可換ナ元全体ノナス多元体ヲ
 $V(W)$ トスル。 $V(W)$ ハ W ヲ核心=モツ、且ツ W = 對シ
 テ次数 $n/(W:K)$ 、シカモ之レハ假定=ヨリ > 1 . ヨツテ
 (I) ヲ参照スレバトモカクモ W ノ元ノ属サヌ剰餘類ガ $V(W)$
 =アル、ソノ類ノ一ツノ代表元ヲ $V(W)$ カラトル、ソレヲ α .

シカシテ W ト α デ生成サレル環ヲ考ヘレバ $\alpha \in \nabla(W)$ ナ
 ルコトカラ (可換) 体デアアル。今ッノ $W(\alpha)$ ノ $K =$ 對スル惰
 性体ヲ考ヘル。(可換拡大 = オケル惰性体ノ存在ハヨク知ラレ
 テキル方法ヲ容易 = 証明サレル) ソレハ $K =$ 對シテ不分裂カ
 シカモ次数ガ $(W:K)$ ヨリ大デアアル、ソレハ矛盾。故ニ主張
 (II) ガ証明サレタ。

以下簡單ノ $\alpha \times \mathcal{O}/\mathfrak{p}$ ヲ $\mathfrak{h}$ (K ノ剰餘類体), $\mathcal{O}/\mathfrak{p}$ ヲ
 $\mathfrak{d}$ (D ノ剰餘類多元体) トシ、且ツ $\mathfrak{d}$ ノ核心ヲ $\mathfrak{f}$ トス
 ル、而シテ以下 $\mathfrak{h}$ ガ vollkommen デアルト假定スル!!!

(III) $\mathfrak{d}$ ノ $\mathfrak{h} =$ 對スル次数ハ D ノ $K =$ 對スルソレ、即
 $\chi \mathfrak{h} =$ 等シイ。 何トナラバ (II) = ヨリ D ハ $K =$ 對シテ $\mathfrak{h}$ 次
 ノ不分裂体 W ヲ含ムノデカラ、ソノ剰餘類体 $\mathfrak{h}$ ノハ $\mathfrak{h} =$
 對シテ $\mathfrak{h}$ 次、故ニ $\mathfrak{d}/\mathfrak{h}$ ノ次数ハ少クモ $\mathfrak{h}$ 次デアアル、シカ
 モ $\mathfrak{d}/\mathfrak{h}$ ノ次数ガ實際 $\mathfrak{h}$ ヨリ大ナラバ、 $\mathfrak{d}$ ハ $\mathfrak{h} =$ 對
 シテ $\mathfrak{h}$ ヨリ大ナル次数ノ部分体 (可換) $\mathcal{L}$ ヲフクム。

$\mathcal{L} = \mathfrak{h}(A)$ トスル、 A ナル類ノ代表元 α ヲトリ $K(\alpha)$ ヲ
 作りソノ $K =$ 對スル惰性体ヲ考ヘル、ソレハ $K =$ 對シテ次数
 ガ $\mathfrak{h}$ ヨリ大ナル、ソレハ D ガ $\mathfrak{h}$ 次ヨリ大ナル部分体
 ヲ含ムコトナリ矛盾デアアル。ヨツテ証明オハリ。

今 $\mathfrak{d}$ ノ $\mathfrak{f} =$ 對スル次数ヲ m トスル、 $(\mathfrak{d}:\mathfrak{f}) = m^2$ 。
 $(\mathfrak{f}:\mathfrak{h})m = \mathfrak{h}$ 。故ニ $r e = \mathfrak{h}^2 = m^2 (\mathfrak{f}:\mathfrak{h})^2$ 。且ツ
 $r = (\mathfrak{d}:\mathfrak{h}) = m^2 (\mathfrak{f}:\mathfrak{h})$ 。故ニ $e = (\mathfrak{d}:\mathfrak{f})$ 。
 $\frac{r}{e} = m^2$ デアル。

(IV) $e = (\mathfrak{f}:\mathfrak{h})$ デアリ、 $\frac{r}{e}$ ハ m^2 、即チ自乗數

デアレ。

—— 未 完 ——