



Title	diskretナ赋值デ完全ナル体ノ上ノ多元体（特ニ惰性多元体ノ存在）Ⅱ.
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 100, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74376
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

451. *diskret* + 賦値デ完全ナ体ノ上ノ
多元体 (特 = 惰性多元体ノ存在) II.

中山 正 (阪大)

証明ノ不完全ナ所 = 氣ヅキソレヲナホスノ = 手間ドツテ
シマヒ違レマシタガ前回ノ後ヲツヅケル。記号ハソノマヽ、
即チ *diskret* + 賦値デ完全ナ体 K ヲ核心 = エツ多元体 D 、
且ツ $(D:K) = n^2$ 、 D/K ノ剰餘類階級 \mathcal{P} 、分岐指数 e 、故
ニ $pe = n^2$ 、 D ノ剰餘類多元体ヲ \mathcal{O} 、 K ノソレヲ \mathcal{K} トシ、
 \mathcal{O} ノ核心ヲ \mathcal{P} トスル。

惰性多元体トハ D ノ部分多元体 T デ、 T/K ハ不分
岐、且ツ \mathcal{O} ノ元ハ T デミナ代表サレル如キモノデアイル。
前述ノ如ク D ノ部分多元体 $R (\supseteq K) =$ 於イテ、ソノ
Max-ord. ハ D ノソレ \mathcal{O} ト R ノ *Durchschnitt*、
素いで $\mathcal{O} = \mathcal{P}$ イテモ同様、而シテニツ $R_1 \supset R_2$ ノ間 = 於テ
分岐指数等ヲ云々シ得ル、ソノ言葉ヲツカヘバ、 D ハ $T =$ 對
シテ *voll-verzweigt*。

カ、ル T ハ 后述ノ如ク一意的 = ハキマラヌガ、互 = 同
型 = ナル。

所謂 \mathcal{P} 進数体ノトキ = ハ特殊ナ事情ノタメ前記(II) =
相當スル考察ガ T ノ存在ガ証明サレルノダガ、一般ノ場合
ヲ以下 = 述ベタイ。

\mathcal{K} ハヤハリ *vollkommen* トスル (使フノハ \mathcal{P}/\mathcal{K}
ガ第一種ナルコトノミ)

(V) ℓ が素数中 ℓ^s ナラバ、マシカ = 惰性多元体ハ存在。

先ヅ (II) = ヨツテ、ソノ存在ノワカツタ不岔最大部分体ノ一ツヲ W トスル、ソノ剰餘体 ℓ^s ハ ℱ ヲアケム。(含マナイトスレバ ℓ^s ℱ ナル体ガ ℔ = 對シ ℓ ヨリ高次 = ナリ (III) = 矛盾)、然ラバ容易 = ワカル如ク W ハ丁度 ℱ ヲ剰餘体 = モツマウナ部分体 Z ヲ有ス。(Z:K) = (ℱ:℔)。コノ Z ノ元ト可換ナ元全体ナル多元体ヲ T トスレバ、コノ T ガモトムル T = ナル、階數ヲ考ヘレバワカル如ク、ソレハ T/K が不岔ナルコトヲ云ヘバヨイ。

$$e = (Z:K) = \ell^t$$

トオク。(IV) 参照)

証明. 1) Z ヲアケム K, 最小ガらあ擴大 L が ℓ^s 中ノ次数ナル時、(ℱ/℔) が第一種ナコトカラ Z/K, L/K が第一種ナルコトガワカル。L/K, びらあ群ヲ G, ソノ位数ヲ ℓ^α, Z = 對應スル部分群ヲ G₁ トスル、シカラバ P 群ノ理論デヨク知ラレテキルマウ = G₁ = H G₁ ヲアケム、位数 ℓ^{α-1} ナル部分群 H₁ ガアリ (例ハ巴園氏群論 128 頁系 2 ヲ反復)、H₁ ハ不変部分群デアアル (同系 1)、H₁ = 對スル体ヲ H トスル、H/K ハ ℓ 次巡回擴大。

H ノ元ト可換ナ元全体 ∇(H) ヲ考ヘル、コレノ K = 對スル岔指數ガ e/ℓ = ℓ^{t-1} ナルコトヲ証明スル。

剰餘類階數ハ高マヤダカラ岔指數ハ少クモ e/ℓ, ヨツテ e デナイコトヲ云ヘバヨイ、假 = e デトスル、然ラバ

$\nabla(H)$ / 中、 D / 素いである、Primelement π が存在スル。

他方 = 於テ H/K / ($H \cap Z$ / 部分体ナリ!) アル同型置換 ($\neq 1$) τ S トスレバ H/K が不分岐カカラ容易 =

$$\lambda^S \neq \lambda \pmod{\mathfrak{p}}, \text{ 即チ } \pmod{\pi}$$

ナル $\lambda \in H$ ガアル、シカル = S ナル置換ハヨク知ラレテキル様 = D / アル元 = ヨリ変換ヲオコサレル、例ハバ $\xi = \text{ヨリ変換トスル}$ 。

$\xi = \xi_0 \pi^a$ (ξ_0 が Einheit) トスレバ、 π が H / 元ト可換ナノダカラ ξ / 逆リ = ξ_0 τ 用ヒラレル、ヨツテ ξ ハハシメカラ Einheit トスル、故 =

$$\lambda^S = \xi^{-1} \lambda \xi \neq \lambda \pmod{\pi}$$

カテ $\lambda \xi \neq \xi \lambda \pmod{\pi}$ ガ出ル、然レ = 之レハ $\lambda \in Z$ / 故 = ソノ剰餘類ガ \mathcal{O} / 核心 $\mathfrak{p} = \text{属スルコト} = \text{矛盾}$ 。

ヨツテ $\nabla(H)/K$ / 分岐指数 e/l / 故 = $\nabla(H)/H$ / 分岐指数 e/l / 剰餘類階数ガ γ/l / ヨツテソノ剰餘多元体ハ \mathcal{O} ト一致スル。

$\nabla(H) \supseteq Z$ デアリ、 $\nabla(H)$ デ Z / 元ト可換ナ元ハマハリ T デアル。 $\nabla(H)/H$ / 階数ハ D/K / ヨリ小、故 = 階数 = ヨル帰納法 = ヨツテ我々ノ主張 = 到達出來ル。(Z/H / گارゝあ体ハ勿論 $L = \text{フクマレル!}$)

証明. 2) 一般ノ場合. Z/K / گارゝあ体 L / ソノگارゝあ群 g, g' / L -シラウ群ノ一ツヲ g' トスル、 g' = 對應スル体ヲ K' トスル、不分岐拡大 K'/K / 次数ハ l ト素

デアール。

故 = $D_{K'}$ ハヤハリ 多元体!!! 且ッ D ノ素いでヤルノ
Primelement が $D_{K'}$ デモソウ、 $D_{K'}$ ノ剰餘類多元体が
 $\mathcal{O} \times \mathcal{O}'$ ($\mathcal{O}' =$ 關スル直積) ナルコトが容易 = フカル、
 $\mathcal{O} \times \mathcal{O}'$ ノ核心ハ $\mathcal{Z} \times \mathcal{O}'$ 、ソレハ K' ノ上ノ不分岐拡大
 $\mathcal{Z} \times K'$ ノ剰餘体デアール、 $\mathcal{Z} \times K' = \mathcal{Z}K'$ (\mathcal{Z} ノ部分体トシ
 テノ合成) フクム最小ノ $K' =$ 對スルがろあ拡大ハ $L =$ フ
 クマレ、ソノ $K' =$ 對スル次数ハ l ノ巾デアール、故 = 1) ノ
 場合 = ヨリ、 $\mathcal{Z}K'$ ノ元ト可換ナ $D_{K'}$ ノ元全体 T' ハ $K' =$
 對シ不分岐、シカル = $T' = T \times K'$ デカラ T/K が不分岐
 ナルコトが証明サレル。

(VI) n が素数巾デナイ一般ノトキノ証明

$$n = l_1^{s_1} l_2^{s_2} \dots l_u^{s_u}$$

トスル、ソレ = 對應シテ $D = D_1 \times \dots \times D_u$ (但シ
 $(D_i:K) = l_i^{2s_i}$) トスル (ぶらうあー)。

(V) = ヨリ存在ノ知レタ D_i/K ノ惰性多元体ノ一ツヲ T_i
 トスル。 $T_1 \times \dots \times T_u$ ($K =$ 關スル直積) が D ノ惰性多
 元体 = ナル。ソノ $T_i \times D_i/K$ ノ剰餘類階數ソノ他 = i ツ
 テテ表ハス。 $r_i e_i = l_i^{2t_i}$ 。然ラバ $e = \prod e_i$ 、 $r = \prod r_i$
 デアール、何トナラバ π_i ハ $e_i =$ 乘ジテ \mathfrak{p}_K ト *Einheit* ノ
 積 = ナルノダカラ D/K ノ岐指數 e ハ e_i デワレル、故 =
 $\prod e_i$ デワレル、而シテ π_i ハ D ノ素いでヤルデアレル、ガ
 カラ $\mathcal{O} = \mathfrak{p}$

$$\mathcal{O}_1 \times \dots \times \mathcal{O}_\mu$$

ト準同型ノ環ガフクマレル、シカド $\mathcal{O}_1 \times \dots \times \mathcal{O}_\mu$ ハ多
元体、故ニ準同型ハ實ニ同型、故ニ $\gamma = (\mathcal{O} : \mathcal{O}) \cong \prod \gamma_i$ 、

上述トクヲゞ階数ヲ考ヘレバ $e = \pi e_i$ 、 $\gamma = \prod \gamma_i$ ガワカル、
且ツ $\mathcal{O} = \mathcal{O}_1 \times \dots \times \mathcal{O}_\mu$ 。

而シテコレハ $T_1 \times \dots \times T_\mu$ ノ剰餘類体デアリ、

$T_1 \times \dots \times T_\mu$ ハ $K = \mathbb{Q}$ シテ不岐 (階数ヲ考ヘル)、故
ニコレガ情性多元体ニナル。

昭和十一年度1月—6月分、會費金貳円也
ヲ至急御拂込ニ下サイ。

大阪市北区

大阪帝國大學
理學部數學教室

清水辰次郎

振替口座番號

大阪一七七四三番

前期會計決算ハ第84号ニ報告シテアリマス