OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	diskretナ賦値デ完全ナル体ノ上ノ多元体（特ニ惰性多元体ノ存在）Ⅱ.
Author(s)	中山, 正
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 100, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74376
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

451. disbret + 賦値デ完全ナ体ノ上ノ多元体(特ニ惰性多元体ノ存在) II.

中山　正(阪大)

証明ノ不完全ナ所ニ気ヅキソレヲナホスノニ手間ドッテシマヒ遅レマシタガ前回ノ後ヲツヾケル。記号ハソノマヽ、即チ disbret + 賦値デ完全ナ体 K ヲ核心ニモツ多元体 D, 且ツ $(D:K)=n^2$, D/K ノ剰餘類階級 p, 分岐指数 e, 故ニ $pe=n^2$、D ノ剰餘類多元体ヲ $\mathfrak{D}$, K ノソレヲ $\mathfrak{k}$ トシ, $\mathfrak{D}$ ノ核心ヲ $\mathfrak{P}$ トスル。

惰性多元体トハ D ノ部分多元体 T デ、T/K ハ不分岐、且ツ $\mathfrak{D}$ ノ元ハ T デミナ代表サレル如キモノデアル。前述ノ如ク D ノ部分多元体 $R(\supseteq K)$ ニ於イテ、ソノ Max-ord. ハ D ノソレ $\mathfrak{o}$ トR ノ Durchschnitt, 素イデヤ $\mathfrak{P}$ ニツイテモ同様、而シテ二ツ $R_1 \supset R_2$ ノ間ニ於テ分岐指数等ヲ云々シ得ル、ソノ言葉ヲツカヘバ, D ハ T ニ対シテ voll-verzweigt.

カヽル T ハ后述ノ如ク一意的ニハキマラヌガ, 互ニ同型ニナル。

所謂 $\mathfrak{P}$ 遅数体ノトキニハ特殊ナ事情ノタメ前記(II)ニ相当スル考察デ T ノ存在ガ証明サレルノダガ, 一般ノ場合ヲ以下ニ述ベタイ。

$\mathfrak{k}$ ハヤハリ vollkommen トスル (使フノハ $\mathfrak{P}/\mathfrak{k}$ ガ第一種ナルコトノミ)

(V) l が素数巾 l^s ナラバ、タシカニ惰性多元体ハ存在。

先ヅ(II)ニヨッテ、ソノ存在ノワカッタ不分岐最大部分体ノ一ツヲ W トスル、ソノ剰餘体 $\mathfrak{W}$ ハ $\mathfrak{k}$ ヲフクム。(含マナイトスレバ $\mathfrak{W}\mathfrak{k}$ ナル体が $\mathfrak{L}$ ニ對シ n ヨリ高次ニナリ(III)ニ矛盾)、然ラバ容易ニワカル如ク W ハ丁度 $\mathfrak{k}$ ヲ剰餘体ニモツマウナ部分体 Z ヲ有ス。$(Z:K)=(\mathfrak{k}:\mathfrak{L})$、コノ Z ノ元ト可換ナ元全体ナル多元体ヲ T トスレバ、コノ T ガモトムル T ニナル、階數ヲ考ヘレバワカル如ク、ソレニハ T/K が不分岐ナルコトヲ云ヘバヨイ。

$$e=(Z:K)=l^t$$

トオク。((IV)參照)

証明. 1) Z ヲフクム K ノ最小ガロア擴大 L が l ノ巾ノ次數ナル時、($\mathfrak{k}/\mathfrak{L}$ ガ第一種ナコトカラ Z/K, L/K が第一種ナルコトがワカル)。L/K ノガロア群ヲ $\mathfrak{G}$, ソノ位數ヲ l^α, Z ニ對應スル部分群ヲ $\mathfrak{G}_1$ トスル、シカラバP群ノ理論デヨク知ラレテヰルヤウニ $\mathfrak{G}$ ニハ $\mathfrak{G}_1$ ヲフクミ、位數 $l^{\alpha-1}$ ナル部分群 $\mathfrak{H}$ がアリ(例ヘバ園氏群論 128 頁系2ヲ反復)、$\mathfrak{H}$ ハ不変部分群デアル(同系1)、$\mathfrak{H}$ ニ對スル体ヲ H トスル、H/K ハ l 次巡回擴大。

H ノ元ト可換ナ元全体 $\nabla(H)$ ヲ考ヘル、コレノ K ニ對スル分岐指數が $e/l=l^{t-1}$ ナルコトヲ証明スル。

剰餘類階數ハ高々ヤダカラ分岐指數ハ少クモ e/l, ヨッテ e デナイコトヲ云ヘバヨイ、假ニ e ダトスル、然ラバ

$\nabla(H)$ノ中ノ Dノ素イデヤルノ Primelement π ガ存在スル。

他方ニ於テ H/K ノ（Hハ Z ノ部分体ナリ！）アル同型置換（$\neq 1$）ヲ S トスレバ H/K ガ不分岐ダカラ容易ニ

$$\lambda^S \equiv \lambda \mod \mathfrak{P}, \text{ 即テ } \mod \pi$$

ナル $\lambda \in H$ ガアル、シカルニ S ナル置換ハヨク知ラレテヰル様ニ D ノアル元ニヨリ変換デオコサレル、例ヘバ ξ ニヨル変換トスル。

$\xi = \xi_0 \pi^a$（ξ_0 ガ Einheit）トスレバ，π ガ H ノ元ト可換ナノダカラ ξ ノ代リニ ξ_0 ヲ用ヒラレル、ヨッテ ξ ハハジメカラ Einheit トスル，故ニ

$$\lambda^S = \xi^{-1} \lambda \xi \equiv \lambda \mod \pi$$

カラ $\lambda\xi \equiv \xi\lambda \mod \pi$ ガ出ル、然ルニ之レハ $\lambda \in Z$，故ニソノ剰余類ガ $\mathfrak{o}$ ノ核心 $\mathfrak{P}$ ニ属スルコトニ矛盾。

ヨッテ $\nabla(H)/K$ ノ分岐指数 e/l，故ニ $\nabla(H)/H$ ノ分岐指数 e/l，剰余類階数ガ r/l，ヨッテソノ剰余多元体ハ $\mathfrak{o}$ ト一致スル。

$\nabla(H) \supseteq Z$ デアリ、$\nabla(H)$ デ Z ノ元ト可換ナ元ハヤハリ丁デアル．$\nabla(H)/H$ ノ階数ハ D/K ノヨリ小、故ニ階数ニヨル帰納法ニヨッテ我々ノ主張ニ到達出来ル．（Z/H ノガロア体ハ勿論 L ニフクマレル！）

証明．2）<u>一般ノ場合</u>．Z/K ノガロア体 L，ソノガロア群 $\mathfrak{g}$，$\mathfrak{g}$ ノ l ーシロウ群ノ一ツヲ $\mathfrak{g}'$ トスル、$\mathfrak{g}'$ ニ対応スル体ヲ K' トスル、不分岐拡大 K'/K ノ次数ハ l ト素

デアル.

故=$D_{K'}$ハヤハリ多元体!!! 且ツDノ素いでやるノPrimelementが$D_{K'}$デモソウ、$D_{K'}$ノ剰餘類多元体が$\mathfrak{o}\times k'$(k=関スル直積)ナルコトが容易=ワカル、$\mathfrak{o}\times k'$ノ核心ハ$\mathfrak{z}\times k'$, ソレハK'ノ上ノ不分岐拡大$Z\times K'$ノ剰餘体がアル、$Z\times K'=ZK'$(Zノ部分体トシテノ合成)ヲフクム最小ノK'=對スルがろあ拡大ハL=フクマレ、ソノK'=對スル次数ハlノ巾デアル、故=1)ノ場合=ヨリ, ZK'ノ元ト可換ナ$D_{K'}$ノ元全体T'ハK'=對シ不分岐、シカル=$T'=T\times K'$ダカラT/Kが不分岐ナルコトが証明サレル。

(VI) nが素数巾デナイ一般ノトキノ証明

$$n=l_1^{s_1}l_2^{s_2}\cdots\cdots\cdots l_u^{s_u}$$

トスル、ソレ=對応シテ$D=D_1\times\cdots\cdots\times D_u$(但シ$(D_i:K)=l_i^{2s_i}$)トスル(ぶらうあー).
(V)=ヨリ存在ノ知レタD_i/Kノ惰性多元体ノ一ツヲT_iトスル。$T_1\times\cdots\cdots\times T_u$(K=関スル直積)がDノ惰性多元体=ナル.ソノタメD_i/Kノ剰餘類階数ソノ他=iヲツケテ表ハス。$r_ie_i=l_i^{2t_i}$. 然ラバ$e=\Pi e_i$, $r=\Pi r_i$デアル、何トナラバπ_iハe_i=乗ジテ$\mathfrak{p}_K$トEinheitノ積=ナルノダカラD/Kノ分岐指数eハe_iデワレル、故=Πe_iデワレル、而シテπ_iハDノ素いでやるデワレルノダカラ$\mathfrak{o}$=ハ

$\mathfrak{D}_1 \times \cdots\cdots\cdots \times \mathfrak{D}_u$

ト準同型ナ環ガフクマレル、シカルニ $\mathfrak{D}_1 \times \cdots\cdots\cdots \times \mathfrak{D}_u$ ハ多元体，故ニ準同型ハ實ハ同型、故ニ $r = (\mathfrak{D} : \mathfrak{d}) \geqq \prod r_i$.

上述トクラベ階数ヲ考ヘレバ $e = \prod e_i$, $r = \prod r_i$ カワカル、且ツ $\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_1 \times \cdots\cdots\cdots \times \mathfrak{D}_u$.

而シテコレハ $\top_1 \times \cdots\cdots\cdots \times \top_u$ ノ剰餘類体デアリ，$\top_1 \times \cdots\cdots\cdots \times \top_u$ ハK＝對シテ不分岐（階数ヲ考ヘル）、故ニコレガ惰性多元体ニナル。

昭和十一年度ノ月—6月分ノ會費金貳円也
ヲ至急御拂込ミ下サイ。

大阪市北區
大阪帝國大學
理學部數學教室　清水辰次郎
振替口座番號　大阪一七七四三番

前期會計決算ハ第84号ニ報告シテアリマス