



Title	直線叢論 II
Author(s)	武田, 楠雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 103, p. 7-13
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74391">https://doi.org/10.18910/74391</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 466. 直線叢論 II

武田 楠雄 (旅順中)

上述ノ如ク採ラレタ標構ヲ基本標構  $R$ 。ト名付ケル。

尚基本方程式 (I) ノ積分條件、一トシテ容易ニ

$$E_{ji} = E_{ij}, \quad F_{ji} = F_{ij}, \quad G_{ji} = G_{ij},$$

$$H_{ji} = H_{ij} \quad (i, j = 1, 2)$$

ヲ得ル。

4.° 今2つ, parameter  $u^1, u^2$  7

$$u^1 = u^1(v^1, v^2), \quad u^2 = u^2(v^1, v^2)$$

= ヨツテ 変換シ, 且ツ

$$\alpha_i^j = \frac{\partial u^i}{\partial v^j}$$

トオケバ

$$H'_{ij} = \left( \left( p^i \frac{\partial p^j}{\partial v^i} \right) \right) = H_{\alpha\tau} \alpha_i^\sigma \alpha_j^\tau$$

トナリ, コノ変換 = ヨツテ  $p, p_5$  ノ座標ハ変ラズ,  $p_1, p_2$  ハ夫々  $(0, \alpha_1^1, \alpha_1^2, 0, 0, 0), (0, \alpha_2^1, \alpha_2^2, 0, 0, 0) =$  移サレ<sup>ル</sup>. 故 = 平面  $p, p_1, p_2, p_5$  ハ変ラズ、從ツテ  $p_3, p_4 \in$  亦変ラナイ。

次 = 因数  $\lambda(u^1, u^2)$  7  $p$  ノ座標 = カケレ<sup>ル</sup>

$$H'_{ij} = (\lambda)^2 H_{ij}$$

$$\frac{1}{2} H'^{\alpha\tau} \frac{\partial p'_\alpha}{\partial u^\tau} = \frac{1}{\lambda} \left\{ \frac{1}{2} H^{\alpha\tau} \frac{\partial p_\alpha}{\partial u^\tau} + \tilde{\lambda} p_\alpha + \frac{1}{2\lambda} H^{\alpha\tau} \frac{\partial(\lambda p_\alpha)}{\partial u^\tau} \right\}$$

$$p' = \left( \frac{1}{\lambda} \right)^2 \left\{ p + \frac{1}{2} \lambda_\alpha \tilde{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} H^{\alpha\tau} \frac{\partial(\lambda p_\alpha)}{\partial u^\tau} \right\}$$

トナリ、 $p, p_1, p_2, p_5$  ハ夫々  $(\lambda, 0, 0, 0, 0, 0), (\lambda \lambda_1, \lambda, 0, 0, 0, 0), (\lambda \lambda_2, 0, \lambda, 0, 0, 0), \left( \frac{1}{2\lambda} \lambda_\alpha \tilde{\lambda}, \frac{\lambda'}{\lambda}, \frac{\lambda^2}{\lambda}, 0, 0, \frac{1}{\lambda} \right) =$  移サレ、 $p_3, p_4$  ハ変ラナイ。

又上 = ヨリ

$$G'_{ij} = \lambda G_{ij}, \quad F'_{ij} = \lambda F_{ij},$$

$$M'_i = \frac{1}{\lambda} (M_i - G_i^p \lambda_p), \quad N'_i = \frac{1}{\lambda} (N_i - F_i^p \lambda_p)$$

$$L'_\alpha du^\alpha = L_\alpha du^\alpha$$

ヲ得ル。マタ

$$\Lambda = F_\tau^\sigma G_\sigma^\tau$$

トオケバ

$$\Lambda' = \frac{1}{(\lambda)^2} \Lambda$$

トナル。

5.  $p' = \lambda p + \nu$  変換 =  $\Rightarrow$  )

$$\Gamma_{i\ell}^{j'} = \Gamma_{i\ell}^j + (H_\ell^j \lambda_i + H_i^j \lambda_\ell - H_{i\ell} \lambda^j)$$

$$\left( \frac{\partial F_{ij}}{\partial u^\ell} \right)' = \lambda \left\{ \frac{\partial F_{ij}}{\partial u^\ell} + (H_{i\ell} F_j^\sigma \lambda_\sigma + H_{j\ell} F_i^\sigma \lambda_\sigma) - (F_{ij} \lambda_\ell + F_{j\ell} \lambda_i + F_{i\ell} \lambda_j) \right\}$$

$$F_{\alpha\ell}^{\sigma'} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{\partial F_\ell^{\sigma'}}{\partial u^\alpha} + \Gamma_{\sigma\rho}^{\alpha'} F_\ell^{\rho'} - \Gamma_{\alpha\ell}^{\rho'} F_\rho^{\sigma'} + F_\ell^{\sigma'} L_\alpha - 2N_\ell' \right\}$$

トナル故 =

$$F_{\alpha\ell}^{\sigma'} = \frac{1}{\lambda} \left( F_{\alpha\ell}^\sigma + \frac{5}{3} (N_\ell - \lambda N_\ell') \right)$$

トナル。今

$$F_{\alpha\ell}^\sigma = F_{\alpha\ell}^\sigma + \frac{5}{3} N_\ell \quad (i=1,2)$$

トオケバ

$$F_{\alpha\ell}^{\sigma'} = \frac{1}{\lambda} F_{\alpha\ell}^\sigma$$

トナル。同様 =

$$G_{\alpha l}^{\sigma} = G_{\alpha l}^{\sigma} + \frac{5}{3} M_l \quad (i=1,2)$$

トオケバ

$$G_{\alpha l}^{\sigma'} = \frac{1}{\lambda} G_{\alpha l}^{\sigma}$$

ヲ得ル。

## 漸近線媒介座標

6°  $u' = \text{const.}$  及  $u^2 = \text{const.}$  ヲ線叢  $K$  ノ像  
 $V$  上ノ漸近曲線ノ方向 = トルトキハ

$$H_{11} = H_{22} = 0$$

デアリ、 $p_1, p_2$  ハ  $\Theta_4$  上 = アリ、 $pp_1, pp_2$  ハ  $\Theta_4$  ノ母線  
 トナル。今

$$\log H_{12} = 0$$

トオケバ

$$\Gamma_{111} = \Gamma_{122} = \Gamma_{211} = \Gamma_{222} = 0$$

$$\Gamma_{11}^{\prime} = \frac{\Gamma_{121}}{H_{12}} = 0_u, \quad \Gamma_{22}^{\prime} = \frac{\Gamma_{212}}{H_{12}} = 0_v$$

トナル。又 (IX) ハ

$$F_{12} = 0, \quad G_{12} = 0$$

トアリ、又

$$\frac{\partial w_1^3}{\partial u^2} = \frac{\partial w_1^4}{\partial u^2} = \frac{\partial w_2^3}{\partial u'} = \frac{\partial w_2^4}{\partial u'} = 0$$

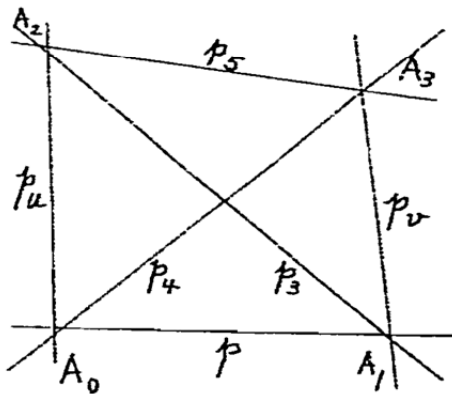
デアル。

以下、便宜上  $u, u^2, v$  代り = 夫々  $u, v$  を以て示す  
 $\Gamma$  = スレバ基本方程式 (I) の

$$\begin{aligned}
 dp &= du p_u + dv p_v, \\
 dp_u &= (E_{11} du + E_{12} dv) p + O_u du p_u + F_{11} du p_3 \\
 &\quad + G_{11} du p_4 + H_{12} dv p_5, \\
 dp_v &= (E_{21} du + E_{22} dv) p + O_v dv p_v + F_{22} dv p_3 \\
 &\quad + G_{22} dv p_4 + H_{12} du p_5, \\
 (I) \quad dp_3 &= (M_1 du + M_2 dv) p + G_2' dv p_u + G_1' du p_v \\
 &\quad + (L_1 du + L_2 dv) p_5, \\
 dp_4 &= (N_1 du + N_2 dv) p + F_2' dv p_u + F_1' du p_v \\
 &\quad - (L_1 du + L_2 dv) p_4, \\
 dp_5 &= (E_1' du + E_2' dv) p_u + (E_1^2 du + E_2^2 dv) p_v \\
 &\quad - (N_1 du + N_2 dv) p_3 - (M_1 du + M_2 dv) p_4.
 \end{aligned}$$

$\Gamma$  +  $\nu$ .

$\Pi^0$  今 4 直線  $p, p_u, p_v, p_5$  の交点ヲ圖、如ク  $A_0, A_1, A_2, A_3$  トスレバ、元來  $p_3$  ト  $p_4$  トハ交ハラヌカラ  $p, p_u, p_v, p_5$  ノうちノ / ツハ  $A_0 A_3$  ト一致シ、他ハ  $A_1, A_2$  ト一致セネバナラヌ。今  $p_3$  を以て  $A_1, A_2$  = 一致スルモノトスル。カク、如キ標構ヲ漸近線媒介座標  $R_a$  ト名付ケル。



5次元  $\mathbb{R}$ , 一点  $p$  ヲ。

$$p = \gamma^0 p + \gamma^1 p_u + \gamma^2 p_v + \gamma^3 p_3 + \gamma^4 p_4 + \gamma^5 p_5$$

トカケバ  $\mathbb{Q}_4$  の方程式ハ

$$y^0 y^5 + y^3 y^4 = H_{12} y^1 y^2$$

デアルカラ直線  $p$ , Plücker 座標  $p^{ij}$  ト上,  $y^i$  トノ  
間ニハ

$$\begin{aligned} p^{01} &= y^0, & p^{02} &= y^1, & p^{03} &= y^4, \\ p^{12} &= y^3, & p^{13} &= H_{12} y^2, & p^{23} &= y^5 \end{aligned}$$

ナル関係ガアルト考ヘルコトガ出来ル。

扱テ  $R_a$  = 於テハ parameter, 変換 = ヨツテハ座標ハ  
変ラズ。  $p' = \lambda p =$  ヨツテハ  $R_5 =$  於テ  $p, p_u, p_v, p_5$  ハ  
夫々

$$\begin{aligned} &(1, 0, 0, 0, 0, 0), & &(\lambda_1, 1, 0, 0, 0, 0), & &(\lambda_2, 0, 1, 0, 0, 0), \\ & & & & &(\lambda_1 \lambda_2, \lambda_2, \lambda_1, 0, 0, H_{12}) \end{aligned}$$

トナルカラ  $A_0, A_1$  ハ変ラズ,  $A_2, A_3$  ハ夫々

$$(0, \lambda_1, 1, 0), (-\lambda_2, 0, 0, H_{12})$$

= 移ル。

又明カナル如ク標構  $R_a =$  於テハ平面  $p p_4, p p_3$  ハ夫々  
焦点  $A_0, A_1 =$  於ケル  $S_0, S_1$  へノ切平面デアアル。

8°  $u, v$  ガ変化スルトキハ  $p$  ハ展開曲面ヲ画キ  $A_0$  ハ  
コノ展開曲面ノ反帰曲線  $D_0$  ヲ画ク。  $v =$  ツイテモ同様デア  
アル。故ニ  $H(H_{ij}$  デ作ル行列式) ガ零ガナイトキ = 於テハ明  
カニ線叢  $K$  ハ  $\infty^2$  ノ展開曲面ヲ持テ, マタ2ツノコトナル  
曲面  $S_0, S_1$  ヲモツ。而シテ  $p$  ハ  $A_0 =$  於テ  $S_0$  (例ヘバ) =  
切シ  $A_1 =$  於テ  $S_1 =$  切スル。

$S_1$  上ニ於テ  $A_1$  ヲ通ル任意ノ曲線  $\Gamma$  ノ切線ヲ

$$g = \alpha p + \beta p_s + \gamma p_r \quad \text{トカケバ}$$

$$\gamma = 0$$

$$(2) \quad \alpha du + \beta G_2' dv = 0$$

トナル。モシ特 =  $T$  が  $S_1$  上, 漸近曲線ナルトキハ更 =

$$(3) \quad \alpha dv + \beta G_1^2 du = 0$$

トナル。 (2), (3) ヨリ  $du, dv$  を消去スルニ  $(\alpha)^2 = G_1^2 G_2' (\beta)^2$

トナリ、モシ  $G_{11} G_{22} \neq 0$  ナルトキハ  $S_1$  上 = ハアル漸近曲線  
= 同シテ互 = 共轭ナ2ツノ曲線アルコトヲ知ル。

マタ (2), (3) ヨリ  $\alpha, \beta$  を消去スルニ

$$G_{11} du^2 - G_{22} dv^2 = 0$$

トナル。コレハ  $S_1$  上, 漸近曲線ノ方向ヲ示ス。

更曲面  $S_p$  = ツイテモ同様デアル。依ツテ

ニツノ異ナル更曲面ヲ有スル線叢が  $W$  線叢ナルタメ、必要  
= シテ且ツ充分ナル條件ハ

$$F_{11} : F_{22} = G_{11} : G_{22}$$

ナル事デアル。