



Title	至ル處連續ナ解析函數ニ就イテ Ⅰ
Author(s)	角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 107, p. 7-10
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74412
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

487. 到處連續ナ解析函數ニ就イテ I

角 谷 靜 夫 (阪大)

到處 (∞ ヲコメテ) 連續ニテ、ナル閉集合 E 以外ニ
正則ナ函數ノ性質ハ Pompeiu, Denjoy, Goloubeff,
Urysohn, Federoff, Wolibner 等ニヨツテ研
究サレタ。¹⁾

コノ問題トナルノハ常數以外ニカナル函數が存在スル
タメニ E ガ満足スベキ必要且ツ十分ナ條件ハ何カト云フコト
デアリ。(適當ナ一次変換ヲホドコセバ E ハ有界閉集合ト
ナルカラ、今後 E ハ有界閉集合デアルト考ヘルコトニナル)。

1) Pompeiu, Annales de Toulouse, (2) 7, (1905) p. 314.

Denjoy, C. R. t. 149 (1909) p. 258.

Goloubeff, C. R. t. 158 () p. 1407.

Urysohn, Fundamenta mathematicae t IV, p. 144.

Federoff, Bull. int. Acad. Polonaise, Cracovie,
1927.

Wolibner, Comptes Rendus, Varsovie, 1933. p. 56.

コレ = 對シ Pompeiu の E が linear measure (Minkowski の意味ヲ) が ∞ デアルコトが必要デアルコトヲ示シ、Urysohn の平面上、Cantor の集合 P (正確 = 各辺ヲ三等分スルコト = ヨリ得ラレルモノ) = 對シテ、到ル処連続 = テ P 以外 = テ正則ナ函数が存在スルコトヲ示シタ。シカシ E が満足スベキ必要且ツ十分ナ條件ヲ測度的 = 決定スルコトハ困難ナコト = 思ハレル。

更ニ函数が E 上連続ナルコトヲ假定セズ、單ニ有界デアルト云フコトニスレバ如何、即チ E 以外ニ於テ有界正則ナ、常數デナイ一價函数が存在スルタメニ、 E が満足スベキ必要且ツ十分ナ條件ハ如何ト云フコトが問題トナル。2)

同様ナ問題ハ harmonic function ノトキ = モ考ヘラレ、「 E 以外 = テ有界、harmonic ナ函数が存在スルタメニ必要且ツ十分ナ條件ハ E ノ capacity (正確 = ハ E ノ $\log \frac{1}{r}$ = 與スル capacity) が正デアルコトデアル」コトが知ラレテキル。然ルニ capacity zero ノ集合ヲ測度的 = characterize スルコトハ未知成功シテイナイノデアル。³⁾

然ラバ解析函数ノ場合 = モ capacity ノ考ヘヲ使ヘバ如何ト云フニ、capacity ノ考ヘヲ使ヘバアル程度マ

2) R. Nevanlinna, Eindeutige Analytische Funktionen p. 132.

3) R. Nevanlinna, loc. cit. p. 145.

Frostman, Thèse 紙上談話會 67号 278, 70号 300.

デ様子ハ明カトナル。

即チ

1-1°. E ノ $\frac{1}{r}$ = 関スル capacity⁴⁾ が正デアレバ E 以外
= テ正則有界ナ常数デナイ一價函数が存在スル。

1-2°. E ノ linear measure (Hausdorff, 意味,)
が0ナラバ函数ハ常数以外=存在シナイ。

2-1°. $\int_0^\infty \frac{h(t)}{t^2} dt < \infty$ ナル如キ $0 < t < \infty$ = テ定義サレタ

positive nonnegative ナ函数 $h(t)$ = 関シテ測
ツク E ノ外測度 (Hausdorff, 意味,) が正ナラ
バ E 以外=テ正則デ E ヲコトテ連続ナ函数ハ常数
以外=存在スル。

2-2°. E ノ linear measure (Hausdorff, 意味,)
が有限ナラバ、カッル函数ハ常数以外=存在シナイ。

コノテ注目=價スル、ハ先ツ第一= $\frac{1}{r}$ = 関スル capa-
city が現ハレルコトデアル。コレハ E 以外=テ正則ナ函
數 $f(z)$ が一般=ハ $f(z) = \int_E \frac{d\mu(\zeta)}{z-\zeta}$ ナル形=表ハサレ
ルコトが原因スル。(コノ $\mu(\zeta)$ ハ E 上ハ、Massノ分
布ヲ表ハス。又、 $f(z)$ ハ ∞ = 於テ0デアルモノトスル。
コレハ $f(z)$ ハ ∞ = 於テ正則ト假定シテアルカラ常数ヲ引
イテオケバヨイ。又コノ積分、意味ハ後ヲ説明スル)。

第二=、2-2° = テ E ノ linear measure が有限
デアレバヨイコトデアル。

4) Frostman These 48p. 紙上談話會 83号 372.

harmonic function, 場合 = ハ之レ = 對應スル定理
ハ得ラレテキナイ。 ($E, (\log \frac{1}{r})^{-1}$ = 開スル measure
カ有限ナルトキ $E, \log \frac{1}{r}$ = 開スル capacity カ 0 =
ナルカドウカハ未ダ解決サレナイ。

又 E 以外 = テ harmonic (∞ = テハ $\log \frac{1}{r}$, 形)
= シテ E ヲコメテ連続ナ函数カ存在スルタメ = 必要且十分ナ
條件ハ求メラレテキナイ)

次 = .2 — 1° ハ Urysohn ノ 結果ヲ含シテキル。
Cartor ノ 集合 $P =$ 於テハ $h(t) = t^{\frac{2}{3}}$ = テ測ツク外測度カ
正デアイル。

最後 = Pompeiu ノ 研究 = 於テハ Minkowski,
linear measure カ現ヘレタガコレカ Hausdorff,
measure ヲ置キカヘラレルコト^Tアル。 Minkowski,
linear measure カ 0 ナラバ Hausdorff, linear
measure モ 0 トナルガ Minkowski, linear mea-
sure カ正又ハ ∞ = テ Hausdorff, linear measure
0 トナル集合カ實際存在スル。