



Title	第二階微分方程式ニ就テ
Author(s)	南雲, 道夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 107, p. 10-14
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74413
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

488. 第二階微分方程式 = 就テ

南 雲 道 夫 (阪大)

□ 一般ノ第 n 階常微分方程式 = 於テ n 個ノ與ヘラレ

タル点ヲ通ルヤリノ積分曲線ニ関スル存在定理ニツイテハ、
本紙第106号ニ於テ福原氏ノ方法ヲ変形シテ、之レニ関ス
ルーツノ端緒ヲ得ヌ。

然シ一般ニ此ノ方法ヲハ、 n 個ノ点ノ分布ニツイテノ條
件(不等式)ガ可ナリ強クナル恐レモアル。従ツテ微分方程
式自身ガ或ル特殊ノ條件ヲ満足スル場合ニハ、ムシロ多少
*topologisch*ノ考察ヲ加味シタ方法ニヨリ、ヨリ広イ範
圍ニ於ケル存在定理ガ得ラレ様。此ノ意味ニ於テ中野博士ノ
論文 *Zur Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen* (東京帝大理学部紀要 Vol. III. 1934)
ハ示唆ニ富メル名著デアラウ。

然シ中野博士ノ方法ハ氏ノ所謂 *Eigentlichkeit* ノ
ル概念ヲ基礎トスルモノデアアルカラ、種々ノ具体的問題ニ於
テモソノ領域ヲ定ムルコトガ困難デアアル(充分小ナリ領域
ニスレバヨイガ)ノミナラズ、氏ノ之レニ関スル定理(Ka-
pitel 5. Satz 16)ガ *ganze Differentialgleichung* [$a < x < b - \infty < y^{(i)} < +\infty$ ノ領域トシ、スベ
テノ解ガ全區間 $a < x < b$ ナ存在スルモノ]ニ限ラレテキ
ルコトニ應用上不便ノ場合ヲ生ズル。我々ハ (x, y) ニ関シ
テ有界ノ領域ニ於ケル(アマリ小サクナイ)存在定理ガホシ
クナルノデアアル。(之ハ中野氏ノ論文ヲ拝見シテカラ出テ來
タ總ノ由ノ言ヒ草デアアルケレドモ)

總ハ深ク望ミハ大キイノデアアルガ、如何ンセン知識ハ
アマリニ淺ク、能力ハアマリニ小サイノデ、諸賢ノ御助力ヲ

然ッ他ハナイ。ソコデ特ニ第二階ノ場合ニツイテ得ターツ
ノサキヤカチ結果ヲ御報告シテ識者ノ関心ニ訴ヘントス
ルニテアル。

[2] 第二階微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f(x, y, y') \quad (y' = \frac{dy}{dx})$$

= 於テ $f(x, y, y')$ ハ領域 $\mathcal{D} \times (y')$ 即チ

$$\begin{cases} a \leq x \leq b, \quad \underline{\omega}(x) \leq y \leq \bar{\omega}(x) & \text{〔之ヲ } \mathcal{D} \text{トスル〕} \\ -\infty < y' < +\infty \end{cases}$$

= 於テ連続微分可能トスル。次ニ更ニ

$$(1) \quad \mathcal{D} \times (y') = \text{於テ } |f(x, y, y')| \leq g(|y'|) \\ \text{〔} g(u) > 0 \text{〕}$$

$$\text{且ツ } \int_0^{\infty} \frac{du}{g(u)} = +\infty. \quad \text{〔例ヘバ } g(u) = A + Bu \text{〕}$$

(2) $\underline{\omega}(x), \bar{\omega}(x)$ ハ連続微分可能且ツ區分的ニ

(*stückweise*) ニ回微分可能ナ

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\omega}''(x) < f(x, \bar{\omega}(x), \bar{\omega}'(x)) \\ \underline{\omega}''(x) > f(x, \underline{\omega}(x), \underline{\omega}'(x)) \end{array} \right\} (a \leq x \leq b)$$

ナルニツノ條件ガ成リ立ツモノト假定スル。

上ノ條件ガ成立スルトキハ \mathcal{D} 内ノ任意ノ二点 (x_1, y_1) 及
ビ (x_2, y_2) 〔但シ、 $x_1 < x_2$ トスル!〕ヲ通ル積分曲線ガ
 \mathcal{D} 内ニ存在スル。

次ニ上ノ定理ノ証明ノスケッチヲ述べヤウ。

條件(1)カラ先ツ積分曲線ハ \mathcal{D} ノ境界ニ衝突スルマデ

端 = \mathcal{D} 内 = 存在スルコトが証明出來ル。〔例へバ $y'' = |y'|^{\frac{3}{2}}$
 = ツイテハ積分ハ有限ナ (x, y) ナ行止リトナル〕故 = \mathcal{D}
 内ノ積分曲線ハ必ず境界ト点ヲ共有スル。

次 = (2)ノ條件 = ヨリ、積分曲線ハ境界上ノ一 点 = 於テ
 之レ = 切スルコトが出來ナイ。從ツテ積分曲線ハ必ず境界ト
 交ハル (切シナイヲ)。故 = ソノ 交点 (X_ω, y_ω) ハ $y'(X_1)$
ノ連続函数ヲアル。 (今 (X_1, y_1) ヲ通ル積分曲線ノミヲ
 考ヘル)

更 = 條件 (1) = ヨリ

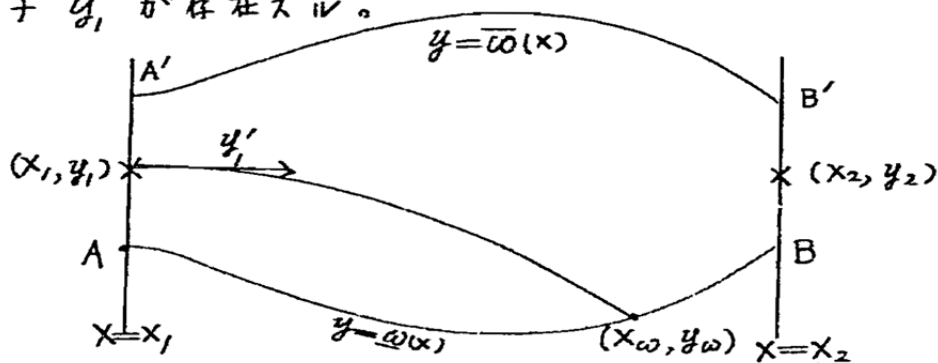
$$\lim_{y'_1 \rightarrow \pm\infty} X_\omega = X_1, \quad \lim_{y'_1 \rightarrow -\infty} y_\omega = \underline{\omega}(X_1),$$

$$\lim_{y'_1 \rightarrow +\infty} y_\omega = \overline{\omega}(X_1)$$

ナルコトが証明出來ル。

所テ $X_1 = a, X_2 = b$ ト假定シテヨイカラ (\mathcal{D} , 幅ヲ縮
 メル = スギナイ),

y'_1 が $-\infty$ カラ $+\infty$ マテ單調 = 変化スレバ点 (X_ω, y_ω) ハ連続的 = 圖ノ曲線 $AB B' A'$ ヲ B A カラ A' マテ動フ。
 從ツテソノ途中 = 於テ (X_ω, y_ω) が (X_2, y_2) ト一致スル
 マツト y'_1 が存在スル。



[3] 以上、定理ハ存在定理デアルが一意性 = ツイテハ
何モ言ヘナイ。反例ヲ挙ゲルコトモ容易デアル。

尚ホ領域 = 関シテ $-\infty < x' < +\infty$ ヲバ有界 = 改メル(従
ツテ $\Omega = \infty$ 條件カ加ハル) コトモ可能デアル。又 (1) ヲ緩
メテ拡張スルコトモ出來ルデアラウ。

更 = 問題ヲ n次元 ノ場合 = 拡張シテ(同様ナ方法ヲ
用ヒテ) 類似ノ結果ヲ得ルコトモ出來ル。

スベテ、カ、ル拡張ハ追々有志ノ諸君ト共ニ研究シ、本
紙ニ発表シテ行キタイ。諸君ノ御援助ヲ切望スル次第デ
アル。