



Title	書信 （溝口幸豊氏ヨリ北川敏男氏へ）
Author(s)	溝口, 幸豊
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 107, p. 14-14
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74414
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

489. 書 信

(溝口幸豊氏ヨリ北川敏男氏へ)

----- (前略) -----

Operational Dif. eq.

$$\sum_{\nu=0}^n A_{\nu} \frac{\partial^{n-\nu} \varphi_t}{\partial t^{n-\nu}} = 0$$

ヲ少シ擴張シ、 A_{ν} が t ヲ explicit = 含ムトシマス。

$$\sum A_t^{(\nu)} \frac{\partial^{n-\nu} \varphi_t}{\partial t^{n-\nu}} = 0$$

コゝデ、 $A_t^{(\nu)}$ ($\nu = 0, \dots, n$) がアル hypermaximal

Hermitian Operator H の函数 ν アルト假定シマス。

$$\text{即チ } A_t^{(\nu)} = \int a_\nu(t, \lambda) dE(\lambda) \quad (\nu = 0, \dots, n)$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}_t}{\partial t} \text{ の意味は } \lambda \text{ による } \nu \text{ による } \text{キメマス。}$$

Bochner, Neumann, マツタ Integral, 逆 = キ
スルノデスガ

$$(\mathcal{P}_t, f) = \int (\mathcal{P}_t^*, f) dt$$

ナル如キ $\mathcal{P}_t^*$ が exist シ且ツ $(\mathcal{P}_t^*, f)$ が t -continuous
トナルトキ =

$$\frac{\partial \mathcal{P}_t}{\partial t} = \mathcal{P}_t^*$$

トシマス。スルト $\frac{\partial \mathcal{P}_t}{\partial t}$ ハ unique = キマリマス。(Bochner
Neumann, 様 = $I_0^{(\nu)}$ ヲトツテマツテモ同様デスカ。)

豫備トシテ H の resolution of Identity $\mathcal{E}(\lambda)$
トスルト $(\mathcal{E}(\lambda) f, f)$ 7 distribution function
トシテ 絶体値ノ二乗カ integrable ノ函数, $F(\lambda)$, $\mathcal{E}$
ヲ取ツテ

$$\int F(\lambda) d\mathcal{E}(\lambda) f$$

= ヨツテ作ラレル closed linear manifold 7
 $\mathcal{M}(f)$ トスルト, Hilbert space $\mathcal{H}$ ハ $f_1, f_2, \dots$
 $\dots$ 7 適当 = トルト,

$$\mathcal{H} = \mathcal{M}(f_1) \oplus \mathcal{M}(f_2) \oplus \dots$$

トナリマス。

次 = 上ノ Operational dif. eq. ノ解 $\mathcal{P}_t$ が存在シタ場合 = $\mathcal{P}_t$ ヲ

$\mathcal{M}(f_1), \mathcal{M}(f_2), \dots = \text{project スルト } \mathcal{M}(f_i) \text{ ノ中ニハ } \mathcal{P}_t \text{ ハ}$

$$\mathcal{P}_t = \int \mathcal{P}(t, \lambda) dE(\lambda) f_i \quad i = 1, 2, \dots$$

ト書き表ハサレ

$$\frac{\partial \mathcal{P}_t}{\partial t} = \int \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t}(t, \lambda) dE(\lambda) f_i \dots$$

トナリマス。

Operational dif. eq. ハ linear = シテオキマシタカラ、コ

ノ $\mathcal{M}(f_i)$ ノ中ノ解ヲシラベテ、ソレ等ヲ加ヘレバヨイノデスカラ

$$\mathcal{M}(f) = \mathcal{P}_t \text{ ト考ヘテ進ミマス } \sum_{\nu=0}^n A_t^{(\nu)} \frac{\partial^{\nu} \mathcal{P}_t}{\partial t^{\nu}} = 0$$

$$\text{ハ } \sum_{\nu=0}^n \int a_{\nu}(t, \lambda) dE(\lambda) \int \frac{\partial^{\nu} \mathcal{P}}{\partial t^{\nu}}(t, \lambda) dE(\lambda) = 0$$

$$\text{即 } \sum \int a_{\nu}(t, \lambda) \frac{\partial^{\nu} \mathcal{P}}{\partial t^{\nu}}(t, \lambda) dE(\lambda) = 0$$

前ノ Stone, 定理 = ツイテ考ヘタ様 + ヤリガチ

$$\sum_{\nu=0}^n a_{\nu}(t, \lambda) \frac{\partial^{\nu} \mathcal{P}}{\partial t^{\nu}}(t, \lambda) = 0$$

依テ $\mathcal{P}(t, \lambda)$ ハコノ微分方程式ノ解トシテキマル譯デ、ソノ解ノ形ハ

$$\mathcal{P}_t = \int \mathcal{P}(t, \lambda) dE(\lambda) f$$

トナルヲケマス。逆モ出來マス。

以上 $A_t^{(\nu)}$ が commutative ノ場合 = ハ Linear Operational dif. eq. ト linear dif. eq. トノ内 = ハ完全ノ關係ガツク譯
デ、何モ微分方程式ト限ラズ適當ノ條件ヲモツ Functional eq. = 付
イテモ全ク同様ナルコトハ御説ノ通りマス。

Bochner Neumann, 場合 = ハ

$$\sum_{\nu=0}^n a_{\nu}(\lambda) \frac{\partial^{\nu} \mathcal{P}}{\partial t^{\nu}}(t, \lambda) = b_0 t^{\pi-1} + b_1 t^{\pi-2} + \dots + b_n$$

ナル微分方程式ノ *bounded* ノ解ガ

$$\sum \omega_n(\lambda) e^{i\omega_n(\lambda)t}$$

ナル形ヲモツ事ヲ証明スル爲ニ多少面倒ナコトキナツタノヲ *Operational*
ヲ入レタコトハ問題デハナイモノダロウト思ヒマス。

解ノ形ガ上ノ様ニナツタトスレバ

$$\| \varphi_t + t_n - \varphi_{t-t_n} \| = \| \varphi_{t_n} - \varphi_{t_n} \|$$

ナリ。Bochnerノ *abstract almost function* ノ所説デ、スグ

$$\varphi_t = \sum a e^{i\omega_n t} \quad a \in \mathcal{F}$$

トナリハシマセンデセウカ。

以上大体書イタ所カラ *trivial* ノ *theorem* ハ色々
ト出テ来マスガ *essential* ノ考デハ以上ノヤウデス。コ
レモ亦 Bochner, Neumann ト *essential* ノ点デハ
少シモチガツテ居マセン。(九月二十日)

----- (後 略) -----

尚ホコノ前書きマセンデシタガ *Operational differential eq.* ノ前通りノ *dif. eq.* = 書き換ヘタトキノ解ハ
H-measurable デアルコトハ *H. Riesz* ノ使ツタ (*Acta
Sreged* 1935) 方法ヲチヨツト改良シテ使フト証明出来
マスカラ、ツケ加ヘテオキマス。Stoneノ定理ニ $\bigcup \varphi_t =$
 φ_{t+1} ナル形デオキカヘルト解ケルコトハ *evident* ダロウト
思ヒマス。(九月二十九日)