



Title	線形微分方程式ノ特異点, III
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 109, p. 1-6
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74419
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

494. 線形微分方程式ノ特異点, III

福原満洲雄(北大)

$$(1) \quad \frac{dy_j}{dx} = \lambda_j(x) y_j + x^{-1} \sum_{k=1}^n a_{jk}(x) y_k$$

$$(j=1, 2, \dots, n)$$

ニ於テ

$$\lambda_j(x) = \lambda_j^{(0)} x^{m_j} + \dots + \lambda_j^{(m_j)} \quad (j=1, 2, \dots, n'; \lambda_j^{(0)} \neq 0)$$

$$\lambda_j(x) \equiv 0 \quad (j=n'+1, \dots, n)$$

$$(2) \quad a_{jk}(x) \sim \sum_{r=0}^{\infty} a_{jk}^{(r)} x^{-r} \quad (j, k=1, 2, \dots, n)$$

トスル $a_{jk}(x)$ ノ漸近展開ハ

$$\theta_1 \leq \arg x \leq \theta_2$$

ヲ成立シ, コノ範囲ニ特異ノ方向ガ唯一ツ存在スルモノトシ,
ソレヲ ω ヲ表ハス, (1)ヲ形式的ニ満足スル級数

$$(3) \quad y_j \sim \sum_{r=0}^{\infty} \alpha_j^{(r)} x^{-r} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ガ存在スル場合ニ $\theta_1 \leq \arg x \leq \theta_2$ ヲ (3) ナル形ニ展開サ
レル (1) ノ解ガ存在スルコトヲ証明スルニハ今迄ノ存在定理
ガケテハ不足ヲ感ズル。

ソノ理由カラ説明シテ行カヌ。

$$\arg \lambda_j^{(0)} = \omega_j \quad (j=1, 2, \dots, n')$$

ト置イタ時 $\cos((m_j+1)\theta + \omega_j)$ ノ $\theta = \theta_1, \theta_2$ ニ於ケル符号
ニヨツテ四ツノ場合ヲ生ズル、番号ヲ適當ニツケテ

$$\cos((n_j+1)\theta + \omega_j) < 0 \quad (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2; j=1, 2, \dots, n_1)$$

$$\cos((n_j+1)\theta_1 + \omega_j) < 0, \cos((n_j+1)\theta_2 + \omega_j) > 0$$

$$(j = n_1+1, \dots, n_2)$$

$$\cos((n_j+1)\theta_1 + \omega_j) > 0, \cos((n_j+1)\theta_2 + \omega_j) < 0$$

$$(j = n_2+1, \dots, n_3)$$

$$\cos((n_j+1)\theta + \omega_j) > 0$$

$$(\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2; j = n_3+1, \dots, n')$$

トスル。圖ニ於テ Og_1 ,

Og_2 ハ實軸ト夫々 θ_1, θ_2 ナ

ル角ヲナス直線, x_1, x_2 ,

x_3, x_4 ハ實軸ト θ_0 ナル角

ヲナス直線デアル。 $\theta_0, \theta_1,$

θ_2 ヲ特異ナ方向 $\omega = \text{十分}$

$= \text{近ク取ツテ置ケバ} \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \Rightarrow$

$$\cos(m_j \theta + \theta_0 + \omega_j) \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ハ 0 トナラナイカラサウ假定シテオク。 $\theta_1 \leq \arg x \leq \theta_2$ デ

(3) ナル形ニ展開サレル (1) ノ解ヲ唯一ツニキメル條件トシ

テ最モ簡單ナハ

$$(4) \quad y_j(x_0) = y_j^0 \quad (j=1, 2, \dots, n_1)$$

デアル、ソコデ前面ノ $x_j =$

$$y_j = \sum_{r=0}^{N-1} \alpha_j^{(r)} x^{-r} + z_j, \quad z_j = e^{\lambda_j(x)} u_j$$

$$(\lambda_j(x) = \int \lambda_j(x) dx)$$

ト置キ, $u_1, \dots, u_n$ ニ關スル方程式

$$(5) \quad \frac{du_j}{dx} = \left\{ x^{-1} \sum_{k=1}^n a_{jk}(x) e^{\lambda_k(x)} u_k + b_j(x) \right\}$$

($j=1, 2, \dots, n$)

ヲ考ヘル、條件(4)ハ

$$(6) \quad u_j(x_0) = u_j^0 \quad (j=1, 2, \dots, n_1)$$

トナル。但シ $u_1^0, \dots, u_{n_1}^0$ ハ

$$u_j^0 = \sum_{r=0}^{N-1} \alpha_j^{(r)} x_0^{-r} + z_j^0, \quad z_j^0 = e^{\lambda_j(x_0)} u_j^0$$

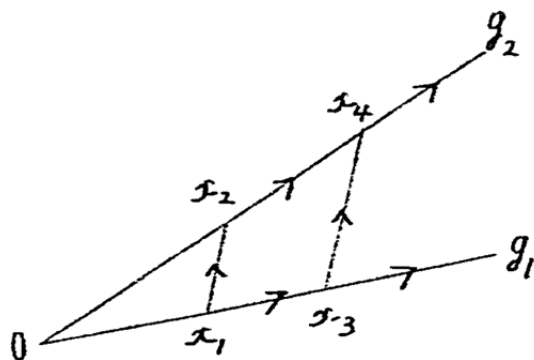
($j=1, 2, \dots, n_1$)

ニ依ツテキメル、ソコデ(5)カ(6)及ビ

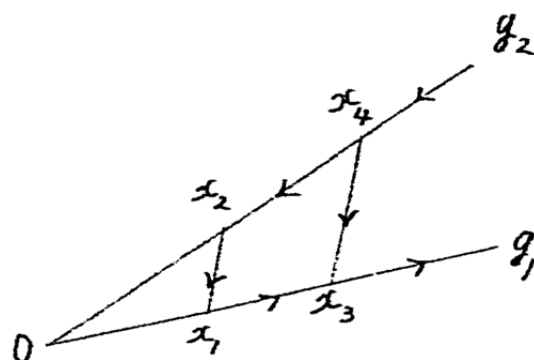
$$(7) \quad |u_j| \leq K |x^{-N+p} e^{\lambda_j(x)}| \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ヲ満足スル解ヲ唯一ツ持ツコトヲ証明スレバ後ハ例ニヨツテ例ノ如シデアルガ、ソノヤウナ解ノ存在ヲ証明スルノガ問題アル。

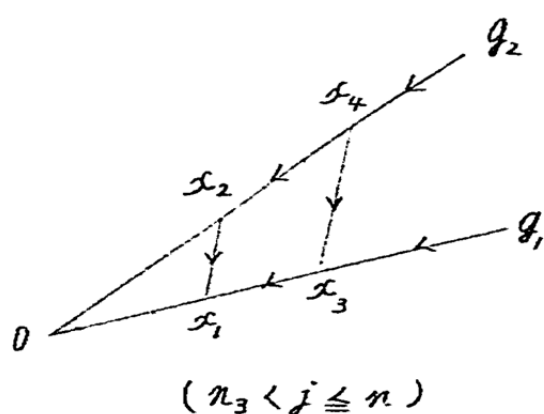
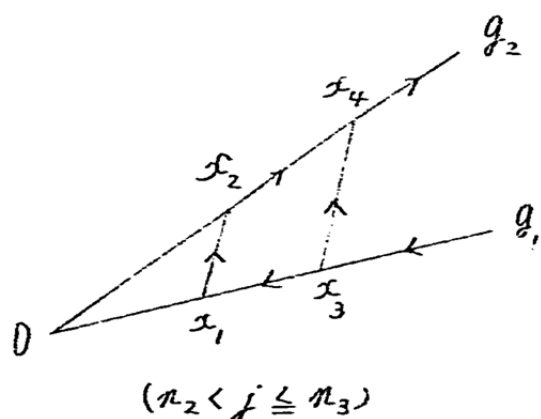
g_1, x_1, x_2, g_2 及ビ x_3, x_4 ノ上デ(7)ノ右辺が増加スル方向ヲ矢ヲ示セバ次ノ圖ノヤウニナル。コレデハ g_1, x_1, x_2, g_2 ノ上デ拙著、常微分方程式論(岩波講座)定理27ヲ使ヘナイ。



$$(1 \leq j \leq n_1)$$



$$(n_1 < j \leq n_2)$$



何故カト言へバ $g_2 x_2 x, g_1$ ノ實軸上ノ區間 $\alpha < t < \beta$
 = 對應サセタスレバ $1 \leq j \leq n_1$ ノ場合 = ハ x_1 = 對應ス
 ル t ノ値 t_1 = 於テ U_j ノ値ヲ與ヘ、 $n_1 < j \leq n_2$ ノ場合 =
 ハ $t = \alpha$ = 於テ、 $n_2 < j \leq n_3$ ノ場合 = ハ $t = \beta$ = 於テ
 條件ヲ與ヘルコト = ナリ不都合ハナイガ、最後ノ場合 = ハ
 $t = \alpha$ 及び $t = \beta$ = 於テ條件ヲ與ヘルコト = ナルカラ行詰
 ヲテ了フノデアル。ソレヲハドワイフ存在定理ヲ使ヘバヨイ
 ノデアルカ、ソノ定理ハ次ノヤウニ述ベラレル。

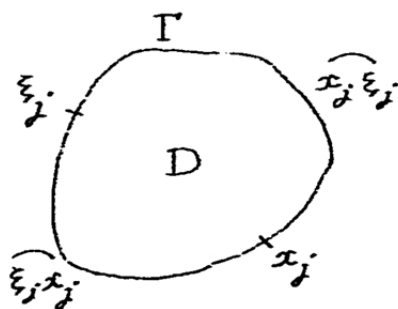
『微分方程式』

$$(8) \quad \frac{dy_j}{dx} = f_j(x, y_1, \dots, y_n) \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

= 於テ x カ開曲線 Γ デ囲マレタ領域 D = 属シ、且ツ

$$(9) \quad |y_j| \leq |\chi_j(x)| \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ナルトキ正則、ソノ縁ヲ含メテ連続トスル。 $\chi_j(x)$ ハ D デ
 正則、 $\overline{D}$ デ連続デ 0 = ナラナイ函
 数デアル。 x_j, ξ_j ハ Γ ノ上ニ與
 ヘラレタ点デ (右圖参照)、 t ハ
 Γ ノ上ニキマツタ点 x 。カラ Γ ノ



弧 $\widehat{x_0 x}$ を正ノ方向ニ計ツタ長サ, y_j^0 ハ

$$|y_j^0| \leq \chi_j(x_j) \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ヲ満足スルヤウニ與ヘラレタ數, 更ニ $x = x(t)$ が $\widehat{x_j \xi_j}$

ノ上ニアリ, $y_1, \dots, y_n$ が (9) ヲ満足スルトキ

$$\frac{d}{dt} |\chi_j(x)| > |f_j(x, y_1, \dots, y_n)| \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

$x = x(t)$ が $\widehat{\xi_j x_j}$ ノ上ニアリ, $y_1, \dots, y_n$ が (9) ヲ満足スルトキ

$$-\frac{d}{dt} |\chi_j(x)| > |f_j(x, y_1, \dots, y_n)| \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ガ成立スルモノトスル、ソノトキ

$$y_j(x_j) = y_j^0 \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ヲ満足シ, D ガ正則, $\overline{D}$ ガ連続ナ (8) ノ解ガ存在スル。若シ

$$|y_j^0| < |\chi_j(x_j)| \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ナラバソノ解ハ $\overline{D}$ ガ

$$|y_j| < |\chi_j(x)| \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ヲ満足スル』

証明略ス。此ノ定理ヲ x_1, x_2, x_3, x_4 ガ囲マレタ領域ニ應用シ, 然ル後 x_3, x_4 ヲ ∞ ニ近ツケレバ我々ノ目的ハ達セラレル。コノヤウニシテ $\theta_1 \leq \arg x \leq \theta_2$ ガ特異ナ方向ヲ含ム場合モ片ガ付イテ了フ。結局 Trjitzinski, Q curves,

Regions R ナドラ考ヘナイガ最後ノ結論ニ達シ得ルノデ
アル。コノマウニシテ得ラレタ定理ハ *Irjitzinski* ノ
fundamental theorem ヨリワカリヨクテヨイ結果ニナ
ツテ居リ、証明モ簡單デアルト思フ。