OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Kompaktum ノ Wegegruppe ノ定義ニ就イテ
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 115, p. 1-7
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74446
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

521. Kompaktum ノ Wegegruppe ノ定義ニ就イテ

小松醇郎（阪大）

Kompaktum ノ Bettische Gruppe ノ定義ハ色々ナ方法ガ可能デアル。先ヅ Brouwer[1] ヨリ出発スル "Zyklosis" ノ方法，Vietoris[2] ノ Vollzyklus ノ方法，又 Alexandroff, Pontrjagin[3] ノ Projektionszyklus ノ方法等デアル。

Zyklosis ニ依ル群ハ Vietoris, Pontrjagin ノ定義ニ依ル群ト isomorph トハ限ラナイ。シカシ Vietoris ノ方法ト Pontrjagin ノ方法トデハ isomorph ノ群ガ得ラレ且ツソノ群ヲ Vietoris

---

1) Brouwer, L. E. J.; Beweis der Invariang der geschlossenen Kurve. Math. Ann. 72. (1912)

2) Vietoris, L.; Über den höheren Zusammenhang kompakter Räume und eine Klasse von Zusammenhangstreuen Abbildungen. Math. Ann. 97. (1927).

3). Pontrjagin, L.; Über den algebraischen Inhalt topologischer Dualitätssätze. Math. Ann. 105. (1931)

Pontrjagin[1]夫々ノ意味デ topologische Gruppe ニスレバ stetig isomorph デアル。コノ証明ヲ明確ニ書イタノハ小生未ダ読ンダコトハナイガソノ事實ヲ書イタノハ Chevalley[2], Freudenthal[3] デアル。

Fundamentalgruppe ニ就イテ同様ナ関係ヲ求メテ見タ。

Vietoris ノ Vollweg : $W=(W_1^{\delta_1}, W_2^{\delta_2}, \cdots\cdots, W_n^{\delta_n}, \cdots\cdots)$, 茲ニ $W_i^{\delta_i}$ ハ Zusammenhängend ナ Kompaktum R ニ頂点ヲ持ツ〝abstrakter Weg〟デアッテ各線分ノ diameter $<\delta_i$ ($\delta_i \geqq \delta_{i+1}$, $\lim \delta_i \to 0$) ナルモノ，且ツ尚條件トシテ正数列 η_i ($\eta_i \geqq \eta_{i+1}$, $\eta_i \geqq \delta_i$, $\lim \eta_i \to 0$) ニ對シテ $W_i^{\delta_i}$ ト $W_{i+1}^{\delta_{i+1}}$ トハ η_i homotop デアル。

二ツノ Vollweg W, W' ガ homotop トハ各々ノ適

---

1) Pontrjagin, L.; The general topological theorem of duality for closed sets. Ann of Math. 35 (1934)

2) Chevalley, C.; Sur la définition des groupes de Betti des ensembles fermés. C.R. 200 (1935)

3) Freudenthal, H.; Die Rn-adische Entwicklung von Räumen und Gruppen. Proc. Acad. Amsterdam 38 (1935)

常ナ Teilfolge ヲトレバ $W_{ie}^{\delta_{ie}}$ ト $W_{je}^{\prime\delta'_{je}}$ トハ互ヒニ ε_e homotop ($\lim \varepsilon_e \to 0$) トナルトキデアル。

又 W, W′ ノ Komposition ハ, w_n, w'_n ハ勿論R ノ一点 x_0 ヲ始メト終リニ取ルモノトスルカラ普通ノ Komposition $w_n w'_n$ ヲ Element トスル Folge，且ツ $\delta_n \geq \delta'_n$ トスレバ

$$WW' = ((w_1 w_1')_1^{\delta_1}, \text{-------}, (w_n w_n')_n^{\delta_n} \text{---------}).$$

是デ Wegegruppe G_f ヲ定義スル。

次= Alexandroff, Pontrjagin 式ノ Fundamentalgruppe ノ定義ハRノ Alexandroff ノ意味=於ケル Nervenfolge[1]

$$N_1, N_2, \text{-------}, N_n, \text{-------}$$

ヲトル、N_n ヘ N_m ($n > m$) = Simpliziale Abbildung (auf) $\mathfrak{g}_m^n$ ガ定義サレテ居ル、Rノ点 x_0 ヲ approximate スル Simplexenfolge ヲ $x_0 = (T_1, T_2, \text{----------})$

$$\mathfrak{g}_m^n(T_n) = T_m$$

トスル，N_i デ T_i ノ對應スル（$\mathfrak{g}$デ）頂点ヲ起点トスル Fundamentalgruppe ヲ $\mathfrak{F}_i$ トスレバ $\mathfrak{g}_m^n$ =ヨッテ $\mathfrak{F}_n$, $\mathfrak{F}_m$ ヘノ Homomorphe Abbildung (in) ヲ得ル。

---

1) Alexandroff, P.; Untersuchungen über Gestalt und Lage Abgeschlossener Mengen beliebiger Dimension. Ann. of Math. 30. (1928)

$\varphi_m^n(\mathfrak{F}_n) \subset \mathfrak{F}_m$. 此ノ群ノ Folge ガ定義スル Limesgruppe[1] $\mathfrak{F}$ ガ R ノ Fundamentalgruppe.

定理. 上ノ二ツノ群ハ isomorph.

証明. $\mathfrak{G}$ ノ $\mathfrak{F}$ ヘノ homomorph ナ関係ヲ求メンレガ isomorph デアリ且ツ $\mathfrak{F}$ 全体ヘ変換サレルコトヲ証明スル。

1) 任意ノ Vollweg $W=(w_1^{\delta_1}, \cdots\cdots, w_n^{\delta_n}, \cdots\cdots)$ ヲトル. $2\eta_{i_1}$ ヲ適當ニトレバ Nerv N_1 ヲ定義スル Überdeckung $\mathfrak{K}_1$ ノ Lebesguesche Zahl σ_1 ヨリ小ナル。同様ニ $2\eta_{i_2}$ $(i_2>i_1)$ ニ適當ニトレバ Überdeckung $\mathfrak{K}_2$ ノ Lebesguesche Zahl σ_2 ヨリ小ナル. Vollweg W ノ代リニ $\overline{W}=(w_{i_1}^{\delta_{i_1}}, w_{i_2}^{\delta_{i_2}} \cdots\cdots, w_{i_n}^{\delta_{i_n}}, \cdots\cdots)$ ヲ使フ。

$w_{i_n}^{\delta_{i_n}}$ ノ頂点ヲ含ム Element ($\mathfrak{K}_n$ ノ) ニ對應スル N_n ノ頂点ヲトスレバ $y \to x$ ノ對應ハ η_{i_n} ノ假定ニヨリ simpliziale Abb. f_n。

又 $w_{i_n}^{\delta_{i_n}}$ ト $w_{i_{n+1}}^{\delta_{i_{n+1}}}$ トノ Homotopie ヲ定義スル二次元 Komplex $Q_{i_n}^{\eta_{i_n}}$ ヲ同様ニ N_n ニ simpliziale Abbildung f_n スル. N_n デハ

故ニ $f_n(w_{i_n}^{\delta_{i_n}})$ ト $f_n(w_{i_{n+1}}^{\delta_{i_{n+1}}})$ トハ $\mathfrak{F}_n$ ノ等シイ element ヲ

---

[1] Freudenthal, H.; Die Hopfsche Gruppe, eine topologische Begründung kombinatorischer Begriffe. Comp. math. 2. (1935) u. Chevalley, C.

表ス.

又 $f_n(w_{i_{n+1}}^{\delta_{i_{n+1}}})$ ト $\varphi_n^{n+1} f_{n+1}(w_{i_{n+1}}^{\delta_{i_{n+1}}})$ トハ N_n デ homotop.

ソレ故 Folge

$$(f_1(w_{i_1}^{\delta_{i_1}}), f_2(w_{i_2}^{\delta_{i_2}}), \cdots\cdots, f_n(w_{i_n}^{\delta_{i_n}}), \cdots\cdots)$$

ハ $\mathfrak{F}$ ノーツノ元 Element ヲ表ハス. W ト $\overline{W}$ トハ G_f ノ同一ノ元デアツタカラ是デ G_f ノ $\mathfrak{F}$ ヘノ Homomorphe Abbildung ヲ得タ. Homomorph ナルコトハ始ンド trivial.

2) 上ノ對應が $\mathfrak{F}$ ノ全体ヘ変換サレルコトハ $\mathfrak{F}$ ノ任意ノ元

$$a = (a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n, \cdots\cdots)$$

ヲトリソレノ各々ヲ表ハス N_i ノ上デノ weg ヲ

$$(\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2, \cdots\cdots, \mathfrak{Z}_n, \cdots\cdots)$$

トスル。Simpliziale Abbildung $\varphi_{n-1}^{n}(N_n) = N_{n-1}$ デ $\varphi_{n-1}^{n}(\mathfrak{Z}_n)$ ハ $\mathfrak{Z}_{n-1}$ ト homotop デアル。

故テ $\mathfrak{Z}_i$ ハ $\mathfrak{z}_i$ が irreducible ナ $\frac{1}{2}\zeta_i$ überdeckung トスレバ $\mathfrak{Z}_i$ ハ ζ_i-weg. 又 $\mathfrak{Z}_i$ ト $\varphi_{i-1}^{i}(\mathfrak{Z}_i)$ トハ ζ_{i-1}-homotop デアル. $\varphi_{i-1}^{i}(\mathfrak{Z}_i)$ ト $\mathfrak{Z}_{i-1}$ トハ ζ_{i-1}-homotop. 故ニ $\mathfrak{Z}_i$ ト $\mathfrak{Z}_{i-1}$ トハ ζ_{i-1}-homotop.

故ニ Folge

$$(\mathfrak{Z}_1^{\zeta_1}, \mathfrak{Z}_2^{\zeta_2}, \cdots\cdots, \mathfrak{Z}_n^{\zeta_n}, \cdots\cdots)$$

ハーツノ Vollweg デ G_f ノ元ヲ表ハス。此ノ Vollweg ヲ

1) ノ對應デ，始メノ子ノ元 a = 交換サレル。

3) 1) ノ對應ガ Isomorph ナルコトハ子ノ單位元 e = 交換サレル二ツノ Vollweg (1) ノ δ_i ノ代リニ δ_i トシテオク)。

$$W=(w_1^{\delta_1}, w_2^{\delta_2}, \cdots\cdots, w_n^{\delta_n} \cdots\cdots)$$

$$W'=(w_1'^{\delta_1}, w_2'^{\delta_2}, \cdots\cdots, w_n'^{\delta_n}, \cdots\cdots)$$

ヲトル。茲ニ δ, η ハ同一ノ Folge ヲトッテ差支ヘナイ。[1] 1) デ $w_n^{\delta_n}$, $w_n'^{\delta_n}$ ハ $f_n(w_n^{\delta_n})$, $f_n(w_n'^{\delta_n})$ ニ移ルガ是ハ 2) ヨリ又夫々 Vollweg ヲ定義スル。

$$f(w)=(f_1(w_1^{\delta_1}), f_2(w_2^{\delta_2}), \cdots\cdots, f_n(w_n^{\delta_n}), \cdots\cdots),$$

$$f(w')=(f_1(w_1'^{\delta_1}), f_2(w_2'^{\delta_2}), \cdots\cdots, f_n(w_n'^{\delta_n}), \cdots\cdots).$$

$f(w)$, $f(w')$ ハ然シ子ノ單位元，故ニ 2) ヨリ $f_n(w_n^{\delta_n})$ ト $f_n(w_n'^{\delta_n})$ トハ ζ_i-homotop. 又 $w_n^{\delta_n}$ ト $f_n(w_n^{\delta_n})$ トハ ζ_i-homotop.

故ニ W ト W' トハ homotop. 定義ニ於ケル (始メノ Homotopie ノ) 正數列 ε_n ハ ζ_n ヲトレバヨイ。即チ子ノ單位元ニ交換サレルノハ G ノ唯一ツノ元，從ッテ單位元ノミ。故ニ Isomorph ノ對應。

---

1) Borsuk, K.; Un théorème sur les groupes de Betti des ensembles localement connexes en toutes les dimensions n. Fund. Math. 24 (1934).

系. Nerv ニ依ル Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$ ハ überdeckungsfolge ノ取リ方ニ拘ラズ常ニ Isomorph デアル。

系. Kompaktum R ガ一次ノ ordnung マデ locally zusammenhängend ナラバ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}_i$ ハ或ル所カラ先キ，即チ適當ナ i_0 ニ對シ j, $i \geqq i_0$ デ $\mathfrak{F}_i$ ハ $\mathfrak{F}_j$ ト isomorph デアル。