



Title	非同次型線状移動可能函数方程式ニ就イテ（IV）
Author(s)	北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 115, p. 7-10
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74447
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

522. 非同次型線状移動可能函数方程式 ニ就イテ (IV)

北川 敏男 (阪大)

1. Γ がソノ母函数 $G(\lambda)$ = 関シテ或ル種ノ條件ヲ充ス *linear translatable operator* デアリ、與ヘラレタ函数 $g(x)$ が *infinity* = 於ケル *behavior* = ツキ若干ノ制限ノモトニアルトキ、函数方程式

$$(I) \quad \Gamma_{\infty} f(t) = g(x)$$

ノ解 $f(x)$ ノウチニ、特ニ主解ト稱サレル解が存在スル。ココデハ、(II) (同題, 96号, 436番参照) ノ所論ニ就イテ *Schmidt* ノ函数 $\tilde{N}_A(x, f; P)$ ヲ *modify* スルコトニヨリ主解ト一致スル解ヲ得ラレルコトヲ示サシ。

2. 今、 $g(x)$ ハ m 回連続微分可能デアツテ

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} g^{(m)}(x) = 0$$

ナリトスル。然レトキ Wiener の operational calculus
ニ於ケルが如ク

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} 1^\circ. \quad g_A(u) = 1 \quad |u| < A = \tau \\ 2^\circ. \quad g_A(u) = 0 \quad |u| \geq A + \delta = \tau \\ 3^\circ. \quad A \leq |u| \leq A + \delta = \tau \text{ 無限回微分可能ニシテ} \\ \quad \quad \quad \text{スベテノ自然数ニ對シテ} \\ \quad \quad \quad g_A^{(n)}(A) = g_A^{(n)}(-A) = g_A^{(n)}(A + \delta) = g_A^{(n)}(-A - \delta) = 0 \end{array} \right.$$

ニヨリ到ル處連続ナ函数 $g_A(u)$ ヲ定義スル。(Aハアトデ
便宜的ニ選ベル常数デアル)、ソコデ $\alpha < 0 < \beta$ トシテ

$$(4) \quad g_1(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty g(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^\infty e^{(\beta + iu)(\xi - x)} g_A(u) du \right\} d\xi \\ + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^0 g(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^\infty e^{(\alpha + iu)(\xi - x)} g_A(u) du \right\} d\xi$$

ト置ク、コレノ存在ハ (2) カラ

$$(5) \quad |g(x)| < M(1 + |x|^m)$$

ナル如キ M ノ存在ヲ示シケルカラ明ラカ。 α, β ノ選ビ方
ハアトデ述ベル。更ニ $g_1(x)$ ハ無限回微分可能ナルコトが容
易ニワカル。

3. Γ ノ母函数 $G(\lambda)$ ヲ整函数トシ原点ハ n 次ノ零点
ナリトスル。即チ $G^{(\nu)}(0) = 0$ ($0 \leq \nu \leq n-1$), $G^{(n)}(0) \neq 0$.
トオク ($n \geq 0$ デアル)

更ニ、零ニ最ニ近イ $G(\lambda)$ ノ零点 ($\neq 0$) ノ半径ハ 1 ヨリ小ナ

ラズトスル。コレヲノコトハ $Q(\lambda)$ = 関スル何等本質的ナ制限デナイ。

茲 = 於テ *generalised Bernoulli's polynomials* $B_\nu^k(x)$ ヲ次ノ展開式ノ係数ニヨリ定義スル：

$$(6) \quad \frac{\lambda^k e^{\lambda x}}{Q(\lambda)} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \lambda^\nu B_\nu^k(x)$$

然ルトキ、(6) ノ收斂半径ハ1ヨリ大デアアル。

今

$$(7) \quad \text{Max}(\sqrt{|\beta|^2 + |A+\delta|^2}, \sqrt{|\alpha|^2 + |A+\delta|^2}) \leq \eta < 1$$

ナル様ニ A, δ, β, α ヲ選ンガオクト、(ソレハ常ニ可能デアアル)

(4) カラシテ

$$(8) \quad |g_i^{(\nu)}(x)| < N \eta^\nu \quad (\nu = 0, 1, 2, \dots)$$

ナル如キ常数 N ガアル。依ツテ ($B_\nu^k(0) = B_\nu^k$ トオイテ)

$$(9) \quad \sum_{\nu=0}^{\infty} B_\nu^k g_i^{(\nu)}(x)$$

ハ任意ノ有限區間ノ x = 関シテ、一樣且ツ絶對的ニ收斂スル。

依ツテ積ハト summation ノ順序交換ガ許サレテ

$$(10) \quad \sum_{\nu=0}^{\infty} B_\nu^k g_i^{(\nu)}(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty g(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^\infty \frac{(-\beta + iu)^k}{Q(-(\beta + iu))} e^{(\beta + iu)(\xi - x)} \mathcal{P}_A(u) du \right\} d\xi \\ + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^0 g(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^\infty \frac{(-\alpha + iu)^k}{Q(-(\alpha + iu))} e^{(\alpha + iu)(\xi - x)} \mathcal{P}_A(u) du \right\} d\xi$$

(10) ノ両辺 = I' ヲ施ス。然ルトキ、(5) = 依ツテ、右辺デ、二度 I' ト integrations トノ順序交換ガ許サレテ

$$(11) \quad I' \left\{ \sum_{\nu=0}^{\infty} B_{\nu}^{(k)} g_1^{(\nu)}(x) \right\} = \int_0^{\infty} g(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} (-(\beta+i u)^k e^{(\beta+i u)(\xi-x)} g_A(u) du \right\} d\xi \\ + \int_{-\infty}^0 g(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} (-(\alpha+i u)^k e^{(\alpha+i u)(\xi-x)} g_A(u) du \right\} d\xi$$

(11)ノ右辺ハ $g_1^{(k)}(x)$ ニ等シイ。依ツテ (10)ナル函数ハ

$$(12) \quad I' f(x) = g_1^{(k)}(x)$$

ノ解ヲ與ヘルコトヲ知ツタ。

4. 次ニ

$$g(x) - g_1(x) = g_2(x)$$

トオキ

$$(13) \quad I' f(x) = g_2(x)$$

ノ解ヲ求メル。

$g_2(x)$ ハ明ラカニ (II)ノ假定 I (96号 p. 11)ヲ充シ
テキルカラ、今ソコノ假定 {II}ガ $P(\lambda) \equiv I$ ニ對シテ充サレ
テキルトスルト (II)ノ定理 1ニ依ツテ

$$(14) \quad \lim_{B \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_0^{\infty} g_2(t) \left\{ \int_{-B}^B \frac{e^{(\beta+i\nu)(x-t)}}{Q(\beta+i\nu)} d\nu \right\} dt \right. \\ \left. + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^0 g_2(t) \left\{ \int_{-B}^B \frac{e^{(\alpha+i\nu)(x-t)}}{Q(\alpha+i\nu)} d\nu \right\} dt \right\}$$

ガ解ヲ與ヘル。吾々ハ (14)ヲ調べテミヤウ。以下コレヲ $f_2(x)$
トオクコトニスル。