



Title	円, 球ノ幾何ニツイテ
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 116, p. 12-17
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74452
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

527. 円、球ノ幾何ニツイテ

松 村 宗 治 (台北大)

(I) 自今ハ台大理農學部紀要第五卷 6. 306 7 $\cos 2\varphi$, $\tan^2 \varphi$ 等ノ公式ヲノベテ置イタカ、尚ソレニ類スルモノヲコゝテ述ベヨシ。(記号ノ意味ハ毎々ノ通りデアアル)

$$\cos^2 \varphi = T^{\alpha\beta} g_{\alpha} g_{\beta}$$

ヨリ

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} \cos^2 \varphi \, d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} T^{\alpha\beta} \rho_{\alpha} \rho_{\beta} \, d\varphi$$

$$\therefore \left[\frac{1}{2} \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{4} \right]_{\varphi_0}^{\varphi} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} T^{\alpha\beta} \rho_{\alpha} \rho_{\beta} \, d\varphi$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2}(\varphi - \varphi_0) + \frac{1}{4}(\sin 2\varphi - \sin 2\varphi_0) \\ = \int_{\varphi_0}^{\varphi} T^{\alpha\beta} \rho_{\alpha} \rho_{\beta} \, d\varphi \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

又

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} \cos \varphi \, d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{T^{\alpha\beta} \rho_{\alpha} \rho_{\beta}} \, d\varphi$$

$$\sin \varphi - \sin \varphi_0 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{T^{\alpha\beta} \rho_{\alpha} \rho_{\beta}} \, d\varphi \dots\dots\dots (2)$$

(1) と (2) が吾々の公式である。

(II) n 次元空間=於ケルニツノ球 $\varphi(u, v), \xi(u, v)$ ハ互=垂直=ナリ且ツ其等ノ微小変換セシモノガマタ垂直ナラベ

$$(\varphi(u+\delta u, v+\delta v), \xi(u+\delta u, v+\delta v)) = 0$$

である、コレヲ Taylorノ級数=ヨリテ展開シ

$$\begin{aligned} (\varphi \xi) + \left(\varphi \frac{\partial \xi}{\partial u} \right) du + \left(\varphi \frac{\partial \xi}{\partial v} \right) dv + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u} \xi \right) \delta u \\ + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v} \xi \right) \delta v + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u} \frac{\partial \xi}{\partial u} \right) du \delta u \\ + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial \xi}{\partial u} \right) du \delta v + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u} \frac{\partial \xi}{\partial v} \right) \delta u dv \end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{\partial \gamma}{\partial v} \frac{\partial \xi}{\partial v} \right) dv \delta v = 0$$

而シテ此ノ第一項ハ假定ニヨリ零化スルヲ以テ上ノ最後ノ式ハ下ノ様ナル。

$$\begin{aligned} & \left(\gamma \frac{\partial \xi}{\partial u} \right) du + \left(\gamma \frac{\partial \xi}{\partial v} \right) dv + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial u} \xi \right) \delta u \\ & + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial v} \xi \right) \delta v + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial u} \frac{\partial \xi}{\partial u} \right) du \delta u \\ & + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial v} \frac{\partial \xi}{\partial v} \right) du \delta v + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial u} \frac{\partial \xi}{\partial v} \right) \delta u dv \\ & + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial v} \frac{\partial \xi}{\partial v} \right) dv \delta v = 0 \end{aligned}$$

此ノ式カラナルヲニ考フル球ノ近傍ヲハ上ノ微小変移ハ二方向アルコトアル。

(III) Radon 氏 Abh. aus dem Math. Seminar der Hamb. Univ. V, S. 45 ヲ考ヘテイル D-Netze ヲコニ考ヘ、考フル表面ガ円系表面デアツテ parameter ヲ適當ニトル (x, y 等々ノ t, τ ニトル) ト次ノ關係ガ成立ツ (記号ハイツモノ通りアル)

$$(1) \quad \frac{(\theta_t \theta_t)}{1} = \frac{(\theta_t \theta_\tau)}{p} = \frac{(\theta_\tau \theta_\tau)}{p^2 + q^2}$$

但シ $(\theta_\tau \theta_\tau) = 1$ デアルカラ (1) ヨリ

$$p = \frac{(\theta_t \theta_\tau)}{(\theta_t \theta_t)}, \quad q = \frac{\sqrt{(\theta_t \theta_t) - (\theta_t \theta_\tau)^2}}{(\theta_t \theta_t)}$$

トナリ D -Netze が横ハツテイル表面ノ表面ハ下ノ公式ヲ與ヘラル。

$$(2) \iint \frac{\sqrt{(\theta_t \theta_t) - (\theta_t \theta_c)^2}}{(\theta_t \theta_t)} dt d\tau$$

尚亦吾人ノ表面ノ *Minimalkurven* ハ

$$(3) \frac{(\theta_t \theta_c)}{(\theta_t \theta_t)} \pm i \frac{\sqrt{(\theta_t \theta_t) - (\theta_t \theta_c)^2}}{(\theta_t \theta_t)} = \text{const.}$$

ヲ與ヘラル、コゝニ $(\theta_t \theta_t)$, $(\theta_t \theta_c)$, $(\theta_c \theta_c)$ ハ吾人ノ円系表面ノ基本量ヲアツテ今マデモ度々用イタ所ノモノナル、又 $i = \sqrt{-1}$ ナル。

尚亦 *Abh. aus dem Math. Seminar der Hamb. Univ. IV, S. 318* ヨリナル様ニ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{(\theta_c \theta_c) U - (\theta_t \theta_c) V}{\sqrt{(\theta_t \theta_t)(\theta_c \theta_c) - (\theta_t \theta_c)^2}} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{(\theta_t \theta_c) U - (\theta_t \theta_t) V}{\sqrt{(\theta_t \theta_t)(\theta_c \theta_c) - (\theta_t \theta_c)^2}} \right) \end{aligned}$$

ハ *Strahlennetz* = 對スル條件ナル、コゝニ U, V ハ吾々ノ円系表面上ノ *Ortsfunktionen* ナル。

(IV) N 次元空間内ノ球 φ ヲ着ヘ u ヲ *Parameter* トシ

$$(1) \varphi^\alpha = \varphi^\alpha(u), \alpha = I, II, \dots, n;$$

$$u_1 \leq u \leq u_2$$

ヲ以テ円ヲ表ス、但シ $n < N$ ナル。

此ノ (1) ナル円系空間ニテ

$$(2) \quad t = \int_{u_1}^{u_2} F(\mathcal{Y}, \dot{\mathcal{Y}}) du$$

ヲ以テ (1) / Arc length テアルト定義スル。

而シテ (2) ヲ

$$(3) \quad dt^2 = f_{\alpha\beta}(\mathcal{Y}, d\mathcal{Y}) d\mathcal{Y}^\alpha d\mathcal{Y}^\beta$$

ト置ク。

然ルトキハ contravariant vector ξ ノ長サ
 l ハ次ノヤクニ定義セラレル。

$$l^2 = f_{\alpha\beta}(\mathcal{Y}, \mathcal{Y}) \xi^\alpha \xi^\beta$$

コトニ $\mathcal{Y}$ ハ $d\mathcal{Y}$ ト同ジ方向ヲ有スル vector テ
 アル。

又ニツノ vector ξ, η ノ間ノ角ハ

$$\cos(\eta, \xi) = \frac{f_{\alpha\beta}(\mathcal{Y}, \mathcal{Y}) \xi^\alpha \eta^\beta}{\sqrt{f_{\alpha\beta}(\mathcal{Y}, \mathcal{Y}) \xi^\alpha \xi^\beta} \sqrt{f_{\alpha\beta}(\mathcal{Y}, \mathcal{Y}) \eta^\alpha \eta^\beta}}$$

ヲ與ヘラレル、尚コノ場合ノ Christoffel symbols
 ハ

$$[\alpha\beta, \mu] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f_{\alpha\mu}}{\partial \mathcal{Y}^\beta} + \frac{\partial f_{\beta\mu}}{\partial \mathcal{Y}^\alpha} - \frac{\partial f_{\alpha\beta}}{\partial \mathcal{Y}^\mu} \right)$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\lambda = f^{\lambda\mu} [\alpha\beta, \mu]$$

デアル、コトニ $f^{\lambda\mu}$ ハ $f_{\mu\lambda}$ ニ對應スル $f_{\alpha\beta}$ ノ reciprocal

matrix ノ 原素 デアル。

カクノ如ク普通ノ様ニシテ取扱ハレルコトニナル。