



Title	円, 球ノ幾何ト卵形線ノ幾何トニツイテ
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1936, 117, p. 22-25
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74456
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

531. 円, 球ノ幾何ト卵形線ノ幾何トニツイテ

松村 宗治 (台北大)

(I) 尚円系表面ノ吾等ノ基本量ノ應用トシテ次ノヤリニ考ヘラレル。

イツモノ記号ヲ用ヒテ円系表面ニテ *lines of curvature* ヲ $t = \text{const.}$, $\tau = \text{const.}$ ニトル。而シテ *conjugate direction* カ $\tau = \text{const.}$ ノ切線トナス角ヲ θ, θ' トセバ

$$(1) \tan \theta = \sqrt{\frac{(\theta_\tau \theta_\tau)}{(\theta_t \theta_t)}} \frac{d\tau}{dt}, \quad \tan \theta' = \sqrt{\frac{(\theta_\tau \theta_\tau)}{(\theta_t \theta_t)}} \frac{\delta \tau}{\delta t}$$

デアル、而シテ

$$(2) \tan \theta \tan \theta' = -\frac{p_2}{p_1}$$

が成立ツ。コゝニ ρ_i ハ考フル円系表面ノ *principal radii of normal curvature* デアル。

尚亦

$$(3) \tan(\theta' - \theta) = \frac{\rho_2 \cot \theta + \rho_1 \tan \theta}{\rho_2 - \rho_1}$$

デアツテ (3) ノ右辺ヲ θ = ツイテ一度微分シテソレヲ零ニ等シテ置ケバ

$$(4) \tan \theta = \pm \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

従ツテ此ノトキ (2) ヨリ

$$(5) \tan \theta' = \mp \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

トナル。

此ノ式カラ $\theta' = -\theta$ トナリ

$$\tan(\theta' - \theta) = \pm \frac{2\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{\rho_2 - \rho_1}$$

トナル。

ツマリ円系表面ニツイテハ上述ノヤウニシテ普通一般ニ成立ツコトヲノベラレル。(Eisenhart: *Diff. Geo.* p. 129 及ビ東北理科報告第十七巻第五百二十六頁ニ於ケル高須博士ノ論文参照)

(II) 東北理科報告第五巻ニ於ケル林先生ノ御著論文: *On the Usual Parametric curve* ヲ参照スル
ト次ノコトガ吾々ノ円系表面ニ於テナル。

$t = \text{const.}$, $\tau = \text{const.}$, geodätischen
Torsion ヲ夫々 T_t^{-1} , T_τ^{-1} デ表ハセバ今マデノ吾々,
記号デ $T_t = -T_\tau$ ヲリ

$$(\theta_t \theta_\tau) = 0.$$

ナルカ 或ハ

$$L : (\theta_t \theta_t) = N : (\theta_\tau \theta_\tau)$$

カ従フ、亦

$$T_t = T_\tau$$

ヨリ

$$\frac{L}{(\theta_t \theta_t)}, \quad \frac{M}{(\theta_t \theta_\tau)}, \quad \frac{N}{(\theta_\tau \theta_\tau)}$$

ガ *arithmetische Progression* ヲナスコトガ
従フ。(東北理科報告第十七卷第五百三十三頁, 第五百三十
八頁ニ於ケル高須博士ノ論文参照)

$$\text{尚亦 } P_t : T_t = -P_\tau : T_\tau \text{ ヲリ}$$

$$M = 0$$

或ハ

$$(\theta_t \theta_t) : L = (\theta_\tau \theta_\tau) : N$$

カ従フ。

尚亦亦

$$P_t : T_t = P_\tau : T_\tau$$

ヨリ

$$\frac{(\theta_t \theta_t)}{L}, \quad \frac{(\theta_t \theta_\tau)}{M}, \quad \frac{(\theta_\tau \theta_\tau)}{N}$$

が *arithmetische Progression* をナスコトが從
フ。

(III) 林先生御論文 (*Annals of Math.* vol.
22, p. 213) ノ圖ヲ角が次ノヤウニ合ル。

今 Om ヲ P トシ TM ノ延長ヲ MA トシ $T, M, \text{ノ延長}$
ヲ M, B トスレバ

$$\angle mMA = \frac{\pi}{2} - \mu, \quad \angle OMT = \mu,$$

$$\angle TOM = \frac{\pi}{2} - \mu, \quad \angle mOM = \frac{\pi}{2} - \mu,$$

$$\angle OmM_1 = \pi - 2\mu, \quad \angle mM_1O = \pi - 2\mu,$$

$$\angle mOm_1 = 2\mu + 2\mu_1, \quad \angle M_1m_1B = \mu_1,$$

$$\angle BM_1m = \frac{\pi}{2} - \mu_1, \quad \angle T, M, O = \mu_1,$$

$$\angle m_1OM_1 = \frac{\pi}{2} - \mu_1, \quad \angle T, M, O = \mu_1,$$

$$\angle T, OM_1 = \frac{\pi}{2} - \mu_1,$$

トナル、ソコヲ考ヘル卵形線ニ向ツテハ

$$r \sin^2 \mu + \frac{r \sin 2\mu \cdot \sin^2 \mu_1}{\sin 2\mu_1} = \text{const.}$$

即チ

$$\frac{r \sin 2\mu}{2} [\tan \mu + \tan \mu_1] = \text{const.}$$

が成立スルコトニナル。

(IV) E. K. Haviland が *American Journ.*
of Math. LV, p. 332 ニ於テ論ジテイルコトヲ

$$(1) \quad \overline{h}(\phi) = \sum_{i=1}^n a_i h_i(\phi)$$

ニツイテモ同様ニ論ゼラレル、コゝニ a_i ハ常数デアアル。

(1) ト Haviland ノ 場合ノ

$$(2) \quad h(\phi) = \sum_{i=1}^n h_i(\phi)$$

カ ラ

$$(3) \quad r(\phi) = \frac{\sum_{i=1}^n a_i h_i(\phi)}{\sum_{i=1}^n h_i(\phi)} = \frac{\overline{h}(\phi)}{h(\phi)}$$

ヲツクルトキハ、 r ハ R.-Abstand テアツテ、 r ハ明
カニ *bewichteten arithmetischen Mittel*ニ
ナル。

尚 (3) ノ代リニ

$$(4) \quad \frac{\int_0^{2\pi} f(t) a(t) dt}{\int_0^{2\pi} a(t) dt}$$

ヲ考ヘルコトモ一ツノ問題デアアル。トモカク (3) 或ハ (4) ノ
相ニシテ相對微分幾何ヲ考ヘル、ソシテ各ノ場合ニ $S, \sigma, \rho,$
 $I(\varphi)$ 等 (日本數學輯報 4, p. 59 ノ Süss 氏ノ記号) ヲ
求メテ R.-Geometrie ヲ考究スルコトガ出來ル、多元
次ノ場合モ同様デアアル。

(3) ノ 場合ヲ考ヘ

$$\frac{ds}{d\sigma} = \rho = \frac{\sum a_i p_i}{\sum p_i},$$

$$2I(\%) = \oint \frac{\sum a_i p_i}{\sum p_i} \frac{\sum a_i h_i}{\sum h_i} d\sigma$$

デアル、而シテ R.-Scheitel = 向ッテハ

$$\rho' = 0$$

デアル。