



Title	円系表面上ノ幾何
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 135, p. 44-47
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74527
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

602. 円系表面上ノ幾何

松村 宗治 (台北大)

(I) $P dt + Q d\tau = 0$, $P' dt + Q' d\tau = 0$ ハ共ニ測地的平行曲線トシ相異なる系線ニ属スルモノトスル、然ル時ハ次ノ關係成立ス。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{HQ}{\sqrt{(\theta_t \theta_t) Q^2 - 2(\theta_t \theta_c) PQ + (\theta_c \theta_c) P^2}} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial c} \left(\frac{HP}{\sqrt{(\theta_t \theta_t) Q^2 - 2(\theta_t \theta_c) PQ + (\theta_c \theta_c) P^2}} \right),$$

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{HQ'}{\sqrt{(\theta_t \theta_t) Q'^2 - 2(\theta_t \theta_c) P'Q' + (\theta_c \theta_c) P'^2}} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial c} \left(\frac{HP'}{\sqrt{(\theta_t \theta_t) Q'^2 - 2(\theta_t \theta_c) P'Q' + (\theta_c \theta_c) P'^2}} \right)$$

$$\therefore H = \sqrt{(\theta_t \theta_c)(\theta_c \theta_c) - (\theta_t \theta_c)^2} \text{ アアル.}$$

ツマリ (1) ナル條件アレハ

$$(2) \quad P dt + Q dc = 0, \quad P' dt + Q' dc = 0$$

ナルニ曲線ハ共ニ測地的平行曲線ニナルヲケアアル。

以上 Weatherburn: *Differential Geo.* I, P. 122
ヲ参照シタ, 尚記号ニツイテハイツモノ通りデアアル。

(2)ヲ一緒ニシテ表セバ

$$(3) \quad PP' dt^2 + (P'Q + PQ') dt dc + QQ' dc^2 = 0$$

トナルカラ上記ノ *Diff. Geo.* I, P. 57ヲ参照セバ (2)ナル
ニ曲線ノ間ノ角 ψ ハ下ノ様ニナル。

$$(4) \quad \tan \psi = \frac{H \sqrt{(P'Q + PQ')^2 - 4PP'QQ'}}{(\theta_t \theta_c) QQ' - (\theta_c \theta_c)(P'Q + PQ') + (\theta_t \theta_c) PP'}$$

ツマリ 円系表面上ニニツノ測地的平行曲線 (2)ヲ考ヘルト其
ノ間ノ角 ψ = 向ツテハ (4)ガ成立ツ、コノニ (1)ガ成立ス
ルデアアル。

(II) 三次元 Euclid 空間内ノ表面ノ第一基本型ヲ $E, F,$

G ; 第二基本量 L, M, N トセバ

$$(1) \quad \frac{1}{R} = \frac{L du^2 + 2M du dv + N dv^2}{E du^2 + 2F du dv + G dv^2}$$

デアールコトハ人ノヨク知ル所デアール。

コゝ $= \frac{1}{R}$ ハ法曲率デアール。

サテ内系表面ニテハ吾人ノ基本量 $(\theta_u \theta_u), (\theta_u \theta_v), (\theta_v \theta_v)$ ト E, F, G ノ間ニハ次ノ關係成立スル。

$$(2) \quad \lambda(u, v) E = (\theta_u \theta_u), \quad \lambda(u, v) F = (\theta_u \theta_v), \\ \lambda(u, v) G = (\theta_v \theta_v)$$

詳細ハ台北大、紀要第二卷第一号 P. 36ヲ参照セヨ。

サテ (1) ト (2) ヨリ

$$(3) \quad \lambda(u, v) = \frac{(\theta_u \theta_u) du^2 + 2(\theta_u \theta_v) du dv + (\theta_v \theta_v) dv^2}{R(L du^2 + 2M du dv + N dv^2)}$$

デアール。サテ *Scheffers* = ヨレバ *Kurvennetz ohne Umwege* ハ

$$(4) \quad (E - g_u^2) du^2 + 2(F - g_u g_v) du dv + (G - g_v^2) dv^2 = 0$$

即チ

$$(5) \quad \left(\frac{(\theta_u \theta_u)}{\lambda(u, v)} - g_u^2 \right) du^2 + 2 \left(\frac{(\theta_u \theta_v)}{\lambda(u, v)} - g_u g_v \right) du dv \\ + \left(\frac{(\theta_v \theta_v)}{\lambda(u, v)} - g_v^2 \right) dv^2 = 0$$

デアール。コゝ $= (3)$ が成立ツ。サテ *Robinson* 1 論文 (*Bulletin of the American Math. Society*, Vol. XLIII, p. 103) = ヨレバ

(6) $\lambda(u, v) \cdot (\phi_v f_u - \phi_u f_v)^2 = (\theta_u \theta_u) \phi_v^2 - 2(\theta_u \theta_v) \phi_u \phi_v + (\theta_v \theta_v) \phi_u^2$
 ハ曲線 $\phi = \text{const.}$ が距離函数 $f(u, v)$ ト関係ヲ有スル
Kurvennetz ohne Umwege ノーツノ曲線デアル爲
 ノ必要ニシテ十分ナル條件デアルコトニナル。コトニ (3) が
 成立ツ。

尚 (3) ヲ考ヘ入レテ (2) ヲ考フレバ P. Stauber ノ論文
 (Jahresbericht der D. M. V., 47, S. 1-35) ヲ
 バ円系曲線ニツイテイヘル。