



Title	雑記Ⅴ. $Y''=f(x, y, y')$ ソノニ
Author(s)	南雲, 道夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 136, p. 59-62
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74530
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

605. 雜記 V. $y''=f(x, y, y')$ ノノニ

南 雲 道 夫 (阪大)

□ 第二階單独常微分方程式ノ境界値問題 (與ヘラレタニ点ヲ通ル積分曲線ヲ求ムル問題) = ツイテハ, 存在條件トシテ稍々好都合ナモノが得ラレタ (本會 134号 596 番). 然シ一意性 = ツイテハ未ダ全ク思ハシイモノが得ラレナイ。

次ニ境界値問題 = 閉スルーツノ不等式ト, ソノ應用トシテーツノ一意性ノ充分條件ヲ述ベル。〔前ノ論文ヲ知ラナクトモ *Sudimiti* ハ解ル〕

考ヘノ基礎ハ ∞' タケノ曲線群が微分不等式 $y'' \leq f(x, y, y')$ ヲ満足シテキルモノヲ利用スルコトデアル。

定理 I 方程式 $y''=f(x, y, y')$ ノーツノ積分ヲ $y=y_0(x)$ トシ, 曲線群 $y=\varphi(x, \lambda)$ ハ λ = ツキ純増加連続デ

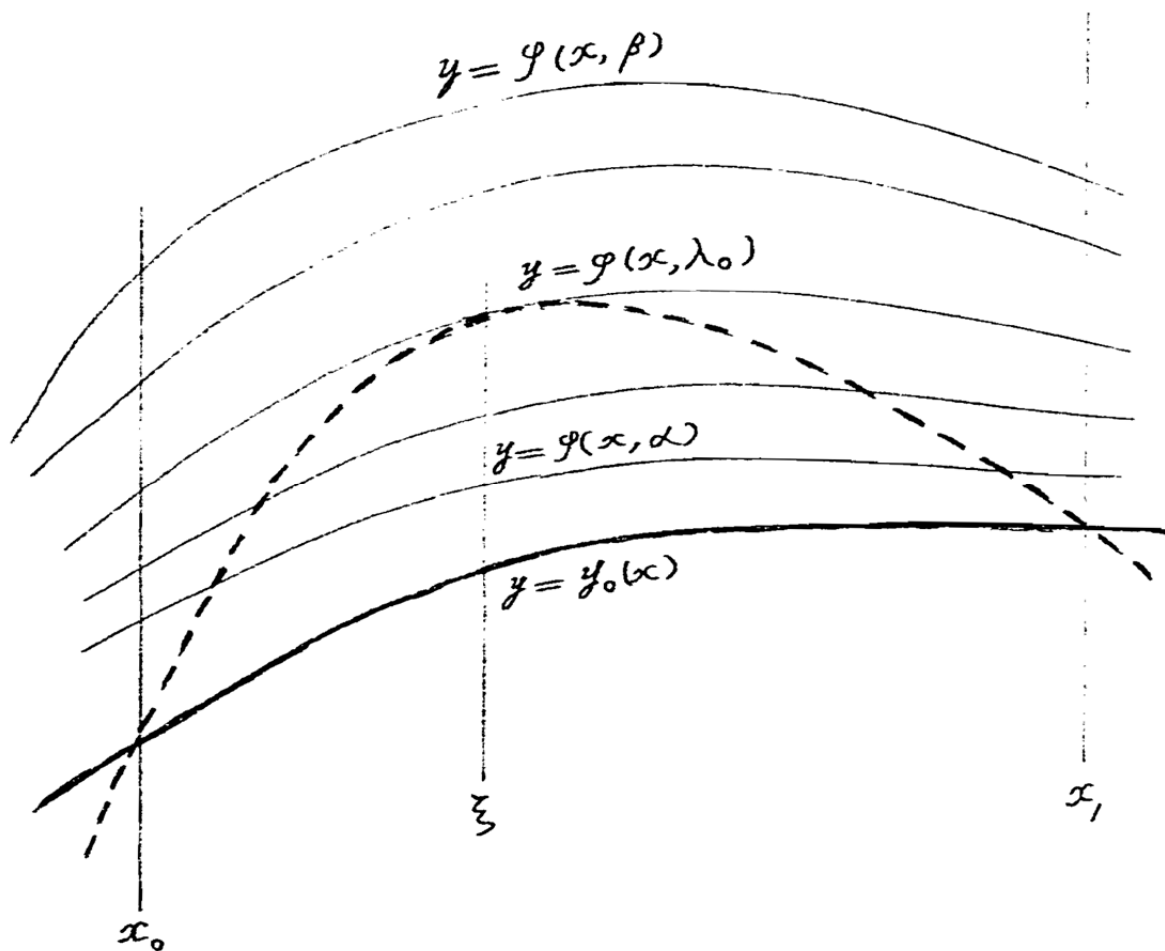
$$(1) \quad \varphi_{x_0} < f(x, \varphi, \varphi_x) \quad (\alpha \leq \lambda \leq \beta)$$

ヲ満足シ、且ツ $y_0(x_0) < \varphi(x_0, \alpha)$, $y_0(x_1) < \varphi(x, \alpha)$,
 $y_0(x) \leq \varphi(x, \beta)$ [$x_0 \leq x \leq x_1$] ナラバ、 $x_0 \leq x \leq x_1$
 テ

$$y_0(x) < \varphi(x, \alpha)$$

デアール。

(証明): 若シモ $x_0 \leq x \leq x_1$ テ $y_0(x) < \varphi(x, \alpha)$ デ
 ナケレバ、圖ノ破線ノ示ス如ク、 $y = y_0(x)$ ト点ヲ共有スル
 $y = \varphi(x, \lambda)$ ノ内デ λ ノ最大 + ϵ ノ ($\lambda = \lambda_0$) ト、 $x = \xi =$
 於テ ($x_0 < \xi < x_1$) $y = y_0(x) =$ 切スル ($\alpha \leq \lambda_0 \leq \beta$)。



シカモ $y = y_0(x)$ ハ $y = \varphi(x, \lambda_0)$ ノ下側ニナケレバナラ

ナ。之レハ $y_0(x)$ が積分ナルコトト, $\varphi(x, \lambda_0)$ が (1)ヲ満足スルコトト矛盾スル。(証明了)

(註) (1)ノ代リ =

$$\varphi_{xx} > f(x, \varphi, \varphi_x) \quad (\beta' \leq \lambda \leq \alpha')$$

且ツ $y_0(x_0) > \varphi(x_0, \alpha')$, $y_0(x_1) > \varphi(x_1, \alpha')$,

$$y_0(x) \equiv \varphi(x, \beta')$$

トスレバ

$$y_0(x) > \varphi(x, \alpha')$$

トナル。

[2] 上ノ結果ヲ應用シテ次ノ一意性ノ充分條件カ得ラレル。

定理2 $y'' = f(x, y, y')$ ノ一ツノ積分ヲ $y = y_0(x)$ トシ, 曲線群 $y = \varphi(x, \lambda)$ = 於テ $y_0(x) = \varphi(x, 0)$, $\varphi(x, \lambda)$ ハ $\lambda = 0$ ヲキ 純増加連続 且ツ

$\lambda > 0$ ノ時 $\varphi_{xx} < f(x, \varphi, \varphi_x)$, [$y_0(x)$ ノ上側]

$\lambda < 0$ ノ時 $\varphi_{xx} > f(x, \varphi, \varphi_x)$, [$y_0(x)$ ノ下側]

ナラバ範圍 $x_0 \leq x \leq x_1$, $\varphi(x, \underline{\alpha}) \leq y \leq \varphi(x, \bar{\alpha})$ = 於テ $y(x_0) = y_0(x_0)$, $y(x_1) = y_0(x_1)$ ナル積分曲線ハ $y_0(x)$ 只一ツニ限ル。但シ $\underline{\alpha} < 0$, $\bar{\alpha} > 0$

(証明) $y_0(x)$ ノ代リ = $y(x_0) = y_0(x_0)$, $y(x_1) = y_0(x_1)$ ナル積分カアレバ, 之レヲ $y^*(x)$ トシ, $y^*(x)$ = 定理1 及ビ (註)ヲ適用スレバ

$\lambda > 0$ ノ時 $\varphi(x, \lambda) > y^*(x)$

$\lambda < 0$ ノ時 $\varphi(x, \lambda) < y^*(x)$

が得られる。之れ=ヨリ $y^*(x) = y_0(x)$ トナル他ハナイ。

(証明了)

上ノ定理=於ケル $\varphi(x, \lambda)$ ヲ 適當=選グ コト=ヨリ,
特殊+場合=於ケル一意性ノ充分條件が得られる。即チ

系1 $y'' = f(x, y, y')$ = 於テ $f(x, y, y')$ が y =ツ
モ純増加 函数ナルトキ=ハ, 境界値問題ハ只一ツノ解ヲ
有ス。

(証明) 定理2=於テ, $\varphi(x, \lambda) = y_0(x) + \lambda$ トスレバ
ヨイ。

系2 $f(x, y, y')$ が $\rho(x)f_y + \rho'(x)f_{y'} - \rho''(x) > 0$,
但シ $\rho(x) > 0$ ($x_0 \leq x \leq x_1$), ヲ満足スルトキ=ハ,
 $x_0 \leq x \leq x_1$ = 於ケル境界値問題ハ只一ツ解ヲ有ス。

(証明) 定理2=於テ $\varphi(x, \lambda) = y_0(x) + \lambda \rho(x)$
ト置ケバヨイ。

以上ノ系ハ皆前=得タモノバカリデ, 定理2ノ教カハア
マリアテ=ナラヌ感ガアルケレドモ, 之レハ $\varphi(x, 0) = y_0(x)$
ナルコト=ヨリ, $y_0(x)$ ヲ含マヌ形式ノ簡單+條件ハアマ
リ得ラレズ, 従ツテ前=出シタモノバカリトナツテシマツタ。
若シ $y_0(x)$ ヲバ適當=処理スルコトが出来レバ, 未ダ他
一種々役=立ツ條件ヲ求ムルコトが可能デアルカモ知レ
ナイ。