



Title	regularナ境界点ニ関スルー注意
Author(s)	井上, 正雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 137, p. 81-84
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74534
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

609. regular + 境界点 = 関スル一注意

井上 正雄 (阪大)

嘗ツテ本誌 93 号 419 = タイテ, Beurling の *criterion of regularity* を充サナイ regular + 境界点 (Dirichlet の問題 = 関スル) ノ一例ヲ示シテオイタノデアルガ, アノ例ハ raynor の *criterion* = 簡算 = 當テ嵌ツテシマフノデアル。raynor の *criterion* ト云フノハ —

“平面上ノ領域 Ω ノ境界点 p ヲ中心トシテ適當ニ $r_n \downarrow 0$ ナル実数例ヲ次ノ如ク撰ブコトが出来レバ, p ハ regular デアル:

p ヲ中心トシテ r_n ヲ半径トスル円周ヲ C_n トスルトキ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m(\Omega \cdot C_n)}{r_n} = 0$$

コノ $m(\Omega \cdot C_n)$ ハ $\Omega \cdot C_n$ ノ線測度ヲ表ハス”

ソコデ, コノ *Criterion* ガ當テ嵌ラナイヤウ = 前ノ例ヲ次ノ如ク修正スルコトが出来ル。

$$R(|z|=1) = \Sigma$$

$$R(|z|<1) = E$$

$$R(z = \frac{1}{2}e^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq 2\pi - \frac{\pi}{2}) = \Sigma_1, E - \Sigma_1 = E_1$$

Σ 上デ 1, Σ_1 上デ 0 ナル値ヲトル E_1 デノ調和函数ヲ $H_1(z)$ トシ, Σ_1 ノ西端 $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ヲ次ノ條件ヲ満

足スル適当な曲線¹⁾ Σ_1^* を結ブ:

Σ 上デ 1, Σ_1^* 上デ 0 ナル値ヲトル $E_1^* = E - \Sigma_1^*$ デノ
調和函数ヲ $H_1^*(z)$ トスルトキ

$$|H_1(z) - H_1^*(z)| < \frac{1}{2}, \quad z \in E_1 \cdot E_1^*$$

次=

$$R\left(z = \frac{1}{2^2} e^{i\theta}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi - \frac{\pi}{2^2}\right) = \Sigma_2,$$

$$E_1^* - \Sigma_2 = E_2$$

Σ 上デ 1, Σ_1^* , Σ_2 上デ 0 ナル値ヲトル. E_2 ガノ調和
函数ヲ $H_2(z)$ トシ, 更= Σ_2 ノ両端ヲ次ノ條件ヲ満足スル
適当な曲線 Σ_2^* を結ブ:

Σ 上デ 1, Σ_1^* , Σ_2^* 上デ 0 ナル値ヲトル $E_2^* = E_1 - \Sigma_2^*$
デノ調和函数ヲ $H_2^*(z)$ トスルトキ

$$|H_2(z) - H_2^*(z)| < \frac{1}{2^2}, \quad z \in E_2 \cdot E_2^*$$

以下同様ノコトヲ繰リ返シテ行ク, 即チ $\Sigma_n, E_n, H_n, \Sigma_n^*,$
 E_n^*, H_n^* マデ作り得ルトキ

$$R\left(z = \frac{1}{2^{n+1}} e^{i\theta}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi - \frac{\pi}{2^{n+1}}\right) = \Sigma_{n+1}.$$

$$E_n^* - \Sigma_{n+1} = E_{n+1}$$

トシ,

- 1) コノ曲線=対シ更=後ヨリ條件ヲ附加スルノデアルガ,
カニル曲線ガ恒=存在スルコトハ前談話 603 = マイテ
既=明カデアアル。

Σ 上デ $1, \Sigma_1^*, \dots, \Sigma_n^*, \Sigma_{n+1}$ 上デ 0 ナル値ヲトル E_{n+1} デノ調和函数ヲ $H_{n+1}(z)$ トシ, Σ_{n+1}^* ヲ Σ 上デ $1, \Sigma_1^*, \dots, \Sigma_{n+1}^*$ 上デ 0 ナル値ヲトル調和函数ヲ $H_{n+1}^*(z)$ トスルトキ

$$|H_{n+1}(z) - H_{n+1}^*(z)| < \frac{1}{2^{n+1}}, \quad z \in E_{n+1} \cdot E_{n+1}^*$$

ナル如キ Σ_{n+1} ト両端ヲ同シクスル適當ナ曲線トスル。

以上ノ方法デ $E_n^*, H_n^*(z)$ ($n=1, 2, \dots$) ヲ作ル。

サテ

$$\prod_{n=1}^{\infty} E_n^* = \Omega_0^*$$

$$\Omega_0^* - \{0\} = \Omega^*$$

トスルトキ, 原点 0 が Ω^* , *regular* ナ境界点ナルコトガ証明サレル。方法ハ前ノト殆ンド同一デアアル。簡單ニ述ブレバ

Ω_0^* デ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H_n^*(z) = H(z) > 0 \quad \text{トナリ} \quad H(z) \text{ガ調和函数ト}$$

ナル。

更ニ

$$H_n(0) < \frac{1}{2^{n+1}} \quad \text{デアアルカラ}$$

$$H_n^*(0) < \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{2^n}$$

トナリ, コレト H_n^* ノ單調性トヨリ

$$\overleftarrow{H} \overrightarrow{H}(0) = 0$$

ナルコトが証明サレル。

ヨツテ, Bouligandノ定理=ヨリ, O ガ Ω^* ,
regular + 境界点ナルコトが解ル。

Σ_n^* ヲ充分 Σ_n ニ近クトルコト=ヨリ *raynor*ノ
criterion = ϵ 亦 *Beurling*ノ criterion = ϵ
當テ散ラナイヤウニ出来ルコトハ明白デアイル。

例ヘビ δ_n, Σ_n^* ヲ夫々次ノ如クトルコトが出来ル:

$$i) \frac{1}{2^n}, \left(\frac{1}{2^n} + \delta_n \right) e^{i\pi(1-\frac{1}{2^{n+1}})}, \frac{1}{2^n} e^{-i\frac{\pi}{2^n}}$$

ヲ通ル円弧ヲ Σ_n^* トスルトキ,

$$|H_n(z) - H_n^*(z)| < \frac{1}{2^n}, \quad z \in E_n^* \cap E$$

$$ii) \sum \log(1 + 2^n \delta_n) < +\infty$$

カクシテ定メラレタル Σ_n^* = ヨツテ出来ル領域 Ω^* ハ確ニ
求ムルモノノ一ツデアイル。