



Title	円, 球ノ幾何
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 137, p. 84-88
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74535
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

610. 円, 球ノ幾何

松 村 宗 治 (台北大)

(I) 三次元 *Euklid* 空間内 = 一ツノ球ガアツテソレ =
關スル *Inversion* ヲ考ヘルコト = スル。

$E, F, G; E_0, F_0, G_0$ ヲバ変換サレタ表面並 = 原表面

ノ第一基本量トセバ

$$(1) \quad E_0 = \frac{E}{r^4}, \quad F_0 = \frac{F}{r^4}, \quad G_0 = \frac{G}{r^4}$$

が成立ツ、コゝ = r 、考ヘル基本球ノ半径デアアル。

(1) が成立スル故ニ次ノコトガイヘル。

円系表面が *Inversion* = ヨリテ他ノ円系表面 = 変換サレルナラバ

$$(2) \quad (\theta_u \theta_u)_0 du^2 + 2(\theta_u \theta_v)_0 du dv + (\theta_v \theta_v)_0 dv^2 = 0$$

ナル極小線ハ

$$(3) \quad (\theta_u \theta_u) du^2 + 2(\theta_u \theta_v) du dv + (\theta_v \theta_v) dv^2 = 0$$

ナル極小線 = 変換ナル。

コゝ = $(\theta_u \theta_u)_0, (\theta_u \theta_v)_0, (\theta_v \theta_v)_0; (\theta_u \theta_u), (\theta_u \theta_v), (\theta_v \theta_v)$ ハソレゾレ原ノ円系表面並ニ変換サレシ後ノ円系表面ノ例ノ吾々ノ基本量デアアル。

尚、亦各任意ノ *Inversion* = 對シテニ次微分形式

$$I = \frac{(\theta_u \theta_u) du^2 + 2(\theta_u \theta_v) du dv + (\theta_v \theta_v) dv^2}{\sqrt{(\theta_u \theta_u)(\theta_v \theta_v) - (\theta_u \theta_v)^2}}$$

ハ不変式トナル。

(II) 円系表面ヲ例ノヤウニ考ヘルト其ノ *Netzwinkel* ヲ ω トセバ

$$\cos \omega = \frac{(\theta_u \theta_v)}{\sqrt{(\theta_u \theta_u)(\theta_v \theta_v)}}$$

デアアルカラ

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\cos^2 \frac{\omega}{2}} &= 2 \frac{1 - \cos \omega}{1 - \cos^2 \omega} \\
&= 2 \frac{1 - \frac{(\theta_u \theta_v)}{\sqrt{(\theta_u \theta_u)(\theta_v \theta_v)}}}{1 - \frac{(\theta_u \theta_v)^2}{(\theta_u \theta_u)(\theta_v \theta_v)}} \\
&= \frac{(\theta_u \theta_u)(\theta_v \theta_v) - 2(\theta_u \theta_v) \sqrt{(\theta_u \theta_u)(\theta_v \theta_v)} + (\theta_u \theta_v)(\theta_u \theta_v)}{(\theta_u \theta_u)(\theta_v \theta_v) - (\theta_u \theta_v)^2}
\end{aligned}$$

が成立ツコト明デアル。

(III) 余ハ以前ニ次元 Euclid 空間内ノ円ノ對ヲ考ヘテ

$$(1) \{z, z + dz\}, \{y, y + dy\}$$

ナル円ノ對ヲ考ヘヌコトガアル。

コトニ z, y ハコノ空間内ノ球デアル、今吾々ハ (1) ノ代リニ

$$(2) \{z, y + dy\}, \{y, z + dz\}$$

ヲ考ヘルトキハ下ノコトガイヘル。

$$(3) \|z, dz, y, dy\| \equiv 0$$

ナル Matrix ノ關係ガ成立ツナラベ

$$(4) \begin{cases} \sigma z = \bar{\sigma} dz, \\ \lambda y = \bar{\lambda} dy \end{cases}$$

ガ成立ツ、コトニ $\sigma, \bar{\sigma}, \lambda, \bar{\lambda}$ ハ skalar Grössen デアル。

$$f = \| \gamma, d\gamma, \gamma^2, d\gamma^2 \|$$

ハ (2) ナルニツノ円ノ共通ノ垂直球デアル。

斯クノ如クシテ余が以前論ゼシ $\gamma^\alpha, \bar{\gamma}^\lambda, (\alpha, \lambda = I, II)$ ノ場合ヲハシク変更シテ考ヘルトヨイコト=ナル。

(IV) 表面 γ ノ球 ξ = 関スル反轉表面ヲ f トセバ

$$(1) f = 2(\gamma \xi) \xi - \gamma$$

が成立ツ、サテ (1) ヨリ

$$(2) \begin{cases} f_u = 2(\gamma_u \xi) \xi - \gamma_u, \\ f_v = 2(\gamma_v \xi) \xi - \gamma_v, \\ f_{uv} = 2(\gamma_{uv} \xi) \xi - \gamma_{uv}. \end{cases}$$

が成立ツ、コト =

$$\gamma_u = \frac{\partial \gamma}{\partial u}, \quad \gamma_v = \frac{\partial \gamma}{\partial v}, \quad \gamma_{uv} = \frac{\partial^2 \gamma}{\partial u \partial v}$$

デアル。

(2) ヨリ

$$(3) \gamma_{uv} = A(u, v) \gamma_u + B(u, v) \gamma_v$$

ナラバ

$$(4) f_{uv} = A(u, v) f_u + B(u, v) f_v$$

ナルコトが分ル。コノコトカラ γ ナル表面 = 於ケル媒介曲線 が共軌系ヲ形成セバ f ナル表面 = テモ然ルコトが分ル。

以上述べタ (3), (4) ノ外 = 次ノコトが尚イヘル。

(1) = 於テモシ

$$(5) (\gamma^2)_{uv} = A(\gamma^2)_u + B(\gamma^2)_v$$

ナラバ

$$(6) \quad (f^2)_{\mu\nu} = A(f^2)_{\mu} + B(f^2)_{\nu}$$

デアル、何トナレバ吾々ハ $\gamma_{\mu} \gamma_{\nu} = 0$, $f_{\mu} f_{\nu} = 0$ トスル
コトが出来ルカラデアル。

以上ノコトカラ次ノコトガイヘル。

反轉=ヨツテハ曲率線ハ不変デアル。

以上此等ノ定理ハ普通ノ教科書ニ見出サレルガ其ノ証明ニ於
テ少シ許リ相異ガアル。