



Title	補助変数ヲ含ム線形微分方程式
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 138, p. 101-105
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74537
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

612. 補助変数ヲ含ム線形微分方程式

福 原 満 洲 雄 (九大)

1. *Trjitzinsky* の研究ヲ本誌上ニ紹介シタノハ大分前ニナル (102号)、ソレノ続キトモ見ラルベキモノが最近出タ、ソレハ

Trjitzinsky, Theory of linear differential equations containing a parameter (Acta Math., 67 (1936)).

ナル。ソレ等ヨリ以前彼が *linear difference equations* ニツイテ同様ノ問題ヲ論ジタモノガニナル。コノニツト、最初ニ紹介シタ線形微分方程式ニ関スルモノトニツイテ幾ダ後彼ハ言フ。

These three papers, just referred to together with the work at hand present a certain aspect of unity. These papers derive

their significance from the fact that, when a class of analytic functions is at hand, the problem of central importance is to investigate the nature of functions in the vicinity of their singular points.

コレ=依ッテ彼がハッキリシタ目標ヲ持ッテ進ンデ来タモノデアラウト想像サレル。ソノ目標ハ非常=ヨイト思フ。ソノ方法ハ決シテ巧妙ダトハ言ヘナイ。ソノ結果=ツイテハ、前回ノモノ=比較シテモ可ナリ見劣リガスル。大体今回ノ *fundamental theorem* ハピント来ナイ。町寧=詭マナイ方が悪いノデアラツケレドモ、決定的ナ結果=達シテ居レバモット余リノヨイモノ=ナツテキル筈デアル。以下私が常用シテキル方法=依ッテ同ジ問題ヲ扱ッテミタ結果ヲ述ベヨウ。

2. 形式的解 最初カラ行列ヲ使ッテ與ヘラレタ方程式ヲ

$$(1) \quad Y' = A(x, \lambda) Y$$

ト書ク。 $A(x, \lambda)$ ハ $\lambda \rightarrow \infty$ ノトキ漸近的=

$$A(x, \lambda) \sim \sum_{r=-\infty}^{\infty} A_r(x) \lambda^{-r}$$

ナル形=展開サレルトスル。

$$Y = P(x, \lambda) Z$$

$$P(x, \lambda) \sim \sum_{r=-\mu}^{\infty} P_r(x) \lambda^{-\frac{r}{\rho}}$$

ナレ置換 = 依ッテ (1) が

$$Z' = F(x, \lambda) Z$$

ニナッタトスレバ

$$F(x, \lambda) \sim \sum_{r=-p}^{\infty} F_r(x) \lambda^{-\frac{r}{p}}$$

ナレ形式的ノ展開ヲ得ル。 $P(x, \lambda)$ ヲ適當ニ選ベバ

$$F_r(x) = 0 \quad (r=1, 2, \dots)$$

且ッ $F(x, \lambda)$ ハ對角行列デアルマウニ出來ル。証明ハ補助変数ヲ含コナイ場合ト殆ンド平行ニ進メラレル。

$\lambda^{\frac{1}{p}}$ ヲ λ ト置換ヘルコトニヨリ何時カモ $p=1$ トスルコトが出來ル。ソコデ $F(x, \lambda)$ ハ對角行列、ソノ對角原素 $f_1(x, \lambda), \dots, f_n(x, \lambda)$ ハ λ ノ整式トスル。

$e^{\int f_i(x, \lambda) dx}$ ヲ對角原素トスル行列ヲ $Z(x, \lambda)$ ト書ケバ

(1) ノ形式的解ハ

$$Y = P(x, \lambda) Z(x, \lambda) C(\lambda)$$

ト書ケル。 $C(\lambda)$ ハ λ ノ任意函数デアル。

コノマウニ形式的解ヲ求メルニハソノ解ヲ直接ニ求メヨウトスルヨリ、豫メ適當ニ変数ノ置換ヲ行ツテ、與ヘラレタ方程式ヲ出來ルダケ簡單ニ形ニ導イテ、ソレヲ積分シテ與ヘラレタ方程式ノ形式的解ヲ求メルトイフ方法ヲ取ル方が証明が組織立ツテ來ル、コノ事實ハ非線形微分方程式ニ関シテ同様ノ問題ヲ扱ツテ見ルト更ニ痛切ニ感ゼラレル。

3. 解析的解

與ヘラレタ方程式ヲ

$$(2) \quad Y' = (F(x, \lambda) + B(x, \lambda)) Y$$

$$B(x, \lambda) \sim \sum_{r=1}^{\infty} B_r(x) \lambda^{-r}$$

ナル形 = 導クコトが出来ルコトに補助変数ヲ含マナイ場合ト同様デアル。 $F(x, \lambda)$ ハ前項 = 表ハレタモノト同一デアル。

(2) が

$$(2) \quad y_j \sim \sum_{r=0}^{\infty} p_{jr}(x) \lambda^{-r} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ナル形式的ノ解ヲ持ツトシ, λ ハ或集合 D ノ中カラ $\infty =$ 近ツクモノトスル。更ニ

$$\Re f_j(x, \lambda) \geq 0 \quad (a \leq x \leq x_j, \quad \lambda \in D)$$

$$\Re f_j(x, \lambda) \leq 0 \quad (x_j \leq x \leq b, \quad \lambda \in D)$$

$$(j=1, 2, \dots, n)$$

ト假定スル。シカラバ, $a \leq x \leq b, \quad \lambda \in D, \quad \lambda \rightarrow \infty$ ノ時

(3) ナル漸近展開ヲ許ス (2) ノ解が存在スル。

$$y_j \sim e^{\int f(x, \lambda) dx} \sum g_{jr}(x) \lambda^{-r} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ナル形式的解 = 對シテハ

$$y_j = e^{\int f(x, \lambda) dx} \eta_j \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ナル置換ヲ行ツテ $\eta_1, \dots, \eta_n$ = 関スル方程式ヲ考ヘレバヨイ。 $f_j(x, \lambda) =$ 對應スルモノハ $f_j(x, \lambda) - f(x, \lambda)$ デアル。

(2)ノ解が一ツ求マレバソレ $=\lambda$ ノ勝手ナ函数ヲ掛ケテモ
1モ(2)ノ解デアアル。

コレヲ *Trjitzinsky* ノ *fundamental the orem*
ヨリヨイ結果ニナツテキルト思フ。

証明ハ $\lambda \in D$, $\lambda \rightarrow \infty$ ノトキ

$$\varphi_j(\lambda) \sim \sum_{r=0}^{\infty} p_{jr}(x_j) \lambda^{-r} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

ナル漸近展開ヲ許ス解析函数 $\varphi_j(\lambda)$ ヲ取り (勿論ソノ x_j
ナ函数ハ存在スル), $x=x_j$ ノトキ $y_j=\varphi_j(\lambda)$ トナル(2)
ノ解ガ $a \leq x \leq b$, $\lambda \in D$, $\lambda \rightarrow \infty$ ノトキ (3) ナル形, 漸
近的ニ展開サレルコトヲ示スノデアアル。ソノ際, 解ノ存在及
ビ單獨性ニ關スル定理ガ利用サレルコトハ例ノ如シデア
アル。又ソノ解ノ λ ニ關スル連続性, 正則性ニ關シテハ
補助変數ヲ含ム函数方程式ニ關スル定理ガ利用サレル。

Trjitzinsky ハ x ガ複素変數ノ場合ヲ述ベテ居ナ
イガ, 存在定理, 單獨條件ニ基礎ヲ置キ証明法ナラバ x ガ複
素変數ノ場合モ補助変數ヲ含マナイ線形微分方程式ト逆行シ
テ理論ヲ追メルコトが出来ル。