OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Einfache Algebra ノ Bewertung ニツイテ
Author(s)	河田, 敬義
Citation	全国紙上数学談話会. 1937, 138, p. 116-120
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74539
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

614. Einfache Algebra ノ Bewertung ニツイテ

河田敬義(東大学生)

M. Deuring: "Algebren." VI §10 ニ於テ，基礎体ノ Hauptordnung デ，スベテノ Ideal ガ Primideal potenzprodukt トシテ一意的ニアラハサレル場合ニ，ソノ Maximalordnung ノ zweiseitiges Primideal ニヨル Bewertung ニツイテ述ベテアリマスガ，今迄ニ適當ナ Axiome ヲオクコトニヨッテ、丁度コノ種ノ Bewertung ガ得ラレル様ニシタイト思ヒマス。

(I) Def.『normzleinfache Algebra A/P ノ (diskrete) Bewertung トハ

1) A/P ノ元 a ($a \neq 0$) ニ 0 又ハ正負ノ整数 $w(a)$ ヲ一意的ニ對應サセル。(特ニ 0 ニハ ∞ ヲ)

2) $w(a+b) \geqq Min(w(a), w(b))$.

3) $w(a \cdot b) \geqq w(a) + w(b)$

4) 基礎体 P ノ元 a, b ニツイテハ 3) デ常ニ等号ガ成立スル。』

コレハ上ニ述ベタ Deuring ノ Bewertung ニツイテハ成立スル條件デス。

又 A/P ノニツノ Bewertung w_1, w_2 ガ äquivalent トイフコトハ，両者ニツイテノ Nullfolge ガ一致スルト定義シマスト、ヨク知ラレテヰル。

Satz『w_1 ト w_2 トガ äquivalent ナル必要充分條件ハ両者ニヨル perfekte Erweiterungsring ガ一致スルコトデアル。』

ガ成立シマス。

(II) 今コノマヽナ Bewertung w ガ與ヘラレルト, P ノ元ニツイテハ定義ヨリ Körperbewertung $w_\mathfrak{P}$ ヲヒキオコシマス。ソレニヨル perfekte Erweiterung ヲ $P_\mathfrak{P}$ トシマス。

今 $A=u_1P+\cdots\cdots+u_nP$ トシマスト $A\times P_\mathfrak{P}=u_1P_\mathfrak{P}+\cdots\cdots+u_nP_\mathfrak{P}$ =マデ Bewertung w ヲ拡張スルコトガ出來マス。ソレハ $A\times P_\mathfrak{P}$ ノ元

$$\alpha_\mathfrak{P}=u_1\alpha_1^\mathfrak{P}+\cdots\cdots+u_n\alpha_n^\mathfrak{P}\quad(\alpha_i^\mathfrak{P}\in P_\mathfrak{P})$$

ニ對シテ任意ニ

$$\alpha_i^\mathfrak{P}=\lim_r \alpha_i^r\quad(\alpha_i^r\in P)$$

ヲトッテ,

$$a^r=u_1\alpha_1^r+\cdots\cdots+u_n\alpha_n^r$$

トシマスト $\{a^r\}$ ハ Fundamentalfolge トナリマスカラ $\lim_{n\to\infty} w(a^r)$ ヲ以テ $w(a_\mathfrak{P})$ ト定義シマス。コレガ $\{\alpha_i^r\}$ ノ選ビ方ニ無関係ナコトハ直チニワカリマス。

Satz『A/P ノ Bewertung w ハ上ノ方法ニヨリ $A_{P_\mathfrak{P}}/P_\mathfrak{P}$ マデ擴張出來ル。ソシテ $A_{P_\mathfrak{P}}/P_\mathfrak{P}$ ハ w ニツイテ perfekt デアル。』

☺ 前半ハ上ニキメタ $w(a^r)$ ガ Def. ノ條件ヲミタスコトヲ一ツ一ツシラベレバ明デス。

後半ハ Körperbewertung デ用ヒラレル次ノ Lemma ヲヨレベ明デス。ソノ証明ハイツモノ通リデス。

Lemma.『$\Theta_r = u_1 \alpha_1^r + \cdots\cdots + u_n \alpha_n^r$ $(\alpha_i^r \in P_g)$ トスルトキ $\{\Theta_r\}$ が Fundamentalfolge トナルノハスベテノ $\{\alpha_i^r\}$ が Fundamentalfolge トナルトキ＝限ル。特＝ $\{\Theta_r\}$ が Nullfolge トナルノハ $\{\alpha_i^r\}$ が Nullfolge トナル時＝カギル。』

(III) $A \times P_g$ ハ P_g ノ上＝ normaleinfach トナリ，又 P_g 中 $w(a) \geqq 0$ ノ全体 o_g トシマス。

Satz.『A_{P_g}/P_g ノ Bewertung w デ $w(a) \geqq 0$ ノ全体 O_w ハ o_g ノ上ノ Ordnung トナル。又 $w(a) \geqq s$ ノ全体 $\mathfrak{o}_s$ ハ O_w ノ zweiseitiges Ideal トナル。』

☺ 中山：「高所類体論」＝アル Ordnung ノ定義ノ條件1，2，3ヲシラベマス。

1. O_w ガ Ring ヲナスコトハ Def. ヨリ明デス。又確＝ o_g ヲ含ミマス。
2. o_g 中＝ $w(\alpha)$ ノ幾ラデモ大ナル α がアリマスカラ，g ヲ $A \times P_g$ ノ任意ノ元トシマストキ $w(\alpha g) \geqq 0$ ニナル様＝ α がトレマス。
3. O_w ノ元ヲ $u_1 \alpha_1 + \cdots\cdots + u_n \alpha_n$ トシタ時＝ $w_g(\alpha_i)$ が下＝限ラレヲキルコトヲ言ヘバヨイコト＝ナリマス。今ソウデナク $\Theta^r = u_1 \alpha_1^r + \cdots\cdots + u_n \alpha_n^r$，デ $\lim_{r \to \infty} w_g(\alpha_1^r) = -\infty$ トシマストキ o_g ノ中カラ w_g が正ノ最小トナル元ヲトッテ

$$\bar{\theta}^r = \theta^r \pi - \frac{w_\mathfrak{p}(\alpha_1^r)}{w_\mathfrak{p}(\pi)}$$

トシマスト $w(\theta^r) \geqq 0$ ヨリ $\bar{\theta}^r \longrightarrow 0$ トナリマス。

∴ Lemma ヨリ $\bar{\theta}^r = u_1\bar{\alpha}_1^r + \cdots\cdots + u_n\bar{\alpha}_n^r$ トシマスト $\bar{\alpha}_i^r \longrightarrow \bar{\alpha}_i$ トナリマス。トコロガ $w(\bar{\alpha}_1) = w(\bar{\alpha}_1^r) = 0$ デスカラ $\bar{\alpha}_1 \neq 0$ トナリマス。コレカラ $u_1 \cdots\cdots u_n$ ガ $P_\mathfrak{p}$ ノ上ニ一次独立トイフコトニ反スルコトニナリマス。

∴ $\mathfrak{o}_w$ ハ Ordnung トナリマス。

$\mathfrak{o}_S$ ガ Ideal トナルコトモーツーツ條件ヲタメシテミレバ分リマス。———

(Ⅳ) $\mathfrak{o}_w$ ガ Maximalordnung トナルオドウカハワカリマセンガ、次ノ Satz ガ成立チマス。

今 θ ヲ $o_\mathfrak{p}$ ノ上ノーツノ Maximalordnung トシテソノ只一ツノ Primideal $\mathfrak{P}$ ニヨッテ Dewring ノ方法デ Bewertung $w_\mathfrak{P}$ ガ出来マス。ソノ時ニ勿論 $P_\mathfrak{p}$ ニハ $w_\mathfrak{p}$ ヲヒキオコシマス。

Satz Ⅲ w ト $w_\mathfrak{P}$ トハ äquivalent デアル。即チ $P = w_\mathfrak{p}$ ナル Bewertung ヲヒキオコス A/P ノ Bewertung ハ äquivalent ナルモノヲマトメレバ只一通リシカナイ。』

☺ 上ノ Lemma カラ $P_\mathfrak{p}$ ガ $w_\mathfrak{p}$ ニツイテ perfekt デスカラ両者ニヨル Nullfolge ハ一致シマス。∴ äq. トナリマス。———

コレガ結局 A/P ノ Bewertung ハ P ノ Bewertung ト

一對一ニ對應スルコトニナリマシタ。

又特ニPノ Hauptordnung of デスベテノ Ideal ガ Primidealpotenzprodukt トシテ一意的ニアラハサレルトキニハ，P= of ノ Primideal ヲニヨル Bewertung W_P ヲヒトオコスモノハ，丁度 Deuring ノ Bewertung 丈シカナイトイフコトガ分リマス。コレデ大体目的が達セラレタト思ヒマス。

(注意) Def. ノ4) ヲ又クスト、又イロイロ複雑ニナルト思ヒマスガ、特ニPが有限次代数的数体ノ時ニハ K. Mahler ノ Pseudbewertung ノ理論ヲ使ヘバ丁度 Deuring ノ $|\ |_{\mathfrak{o}}$ ニ相當スルモノ丈ガ得ラレルコトト思ヒマス。

—— 以上 ——